

Aufgabe 1 (25 Punkte)

Zur Schätzung der Produktionsfunktion des Unternehmens WV wird ein lineares Regressionsmodell der Form

$$y_t = \beta_1 + x_{t2}\beta_2 + e_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

angenommen. Dabei ist

y_t : logarithmierter Output, $\ln q_t$, der Periode t (q_t in Tausend EURO),
 x_{t2} : logarithmierter Input, $\ln v_t$, in Periode t (v_t in Tausend EURO).

Für die Jahre 1989–2003 sind folgende Informationen bekannt:

$$X'y = \begin{bmatrix} 13 \\ 31 \end{bmatrix}, \quad X'X = \begin{bmatrix} 15 & 28 \\ 28 & 60 \end{bmatrix}, \quad y'y = 19.69$$

1. Schätzen Sie die Koeffizienten des Modells mit der einfachen KQ-Methode.
2. Interpretieren Sie den geschätzten Koeffizienten b_2 .
3. Schätzen Sie die Varianz des Störterms e_t .
4. Berechnen Sie den Standardfehler für b_2 .
5. Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß für das geschätzte Regressionsmodell und interpretieren Sie es.
6. Mit welchem logarithmierten Output, $\ln q_t$, kann WV rechnen, wenn es 10.000 Euro für die Produktion verwendet?
7. In welcher Annahme unterscheidet sich die einfache KQ-Methode von der ML-Methode?
8. Zeigen Sie, dass $X'\hat{e} = 0$ gilt. Hinweis: Benutzen Sie $\hat{e} = y - \hat{y}$, $\hat{y} = Xb$.

Aufgabe 2 (25 Punkte)

Mit einem einfachen linearen Regressionsmodell werden die Testergebnisse der Schüler aus Kalifornien (SCORE) mit folgenden Variablen erklärt:

- STR: Schüler-Lehrerquote,
MEALP: Prozent der berechtigten Schüler für preisreduziertes Mittagessen,
ENGP: Prozent der Englisch-lernenden Schüler,
AVGINC: Durchschnittliches Einkommen im Schuldistrikt (in Tausend US. Dollar),
C: Nimmt in allen Perioden den Wert 1 an.

In Abbildung 1 sehen Sie die Ergebnisse aus Eviews für insgesamt 420 Schüler aus verschiedenen Schulen in Kalifornien.

- Welche Variablen üben einen signifikanten Einfluss auf SCORE aus ($\alpha = 0.01$)? Was bedeutet es für eine Variable signifikant zu sein?
 - Zu welchem Signifikanzniveau ist STR gerade noch signifikant?
- Überprüfen Sie die Hypothese, dass $H_0 : \beta_{STR} \leq -0.7$ ist ($\alpha = 0.05$).
- Testen Sie die Hypothese, dass $H_0 : \beta_{STR} + \beta_{AVGINC} = 0$ ist ($\alpha = 0.05$).
- Erstellen Sie ein 95%-Konfidenzintervall für β_{ENGP} . Überprüfen Sie die Hypothese, dass $H_0 : \beta_{ENGP} = -0.3$ ist ($\alpha = 0.05$).
 - Können Sie anhand des unter (4a) aufgestellten Konfidenzintervalls auch die Hypothese, dass $H_0 : \beta_{ENGP} = -0.3$ ist, auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1$ testen? Begründen Sie Ihre Antwort kurz. (Berechnen Sie nichts!)

Dependent Variable: SCORE
 Method: Least Squares
 Date: 09/22/04 Time: 16:08
 Sample: 1 420
 Included observations: 420

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
STR	-0.560389	0.228612	-2.451272	0.0146
MEALP	-0.396366	0.027408	-14.46148	0.0000
ENGP	-0.194328	0.031380	-6.192818	0.0000
AVGINC	0.674984	0.083331	8.100035	0.0000
C	675.6082	5.308856	127.2606	0.0000
R-squared	0.805298	Mean dependent var	654.1565	
Adjusted R-squared	0.803421	S.D. dependent var	19.05335	
S.E. of regression	8.447723	Akaike info criterion	7.117504	
Sum squared resid	29616.07	Schwarz criterion	7.165602	
Log likelihood	-1489.676	F-statistic	429.1152	
Durbin-Watson stat	1.545766	Prob(F-statistic)	0.000000	

Coefficient Covariance Matrix

	STR	MEAL	ENG	AVGINC	C
STR	0.052263	0.000932	-0.00137	0.004505	-1.115531
MEALP	0.000932	0.000751	-0.000557	0.001553	-0.066889
ENGP	-0.00137	-0.000557	0.000985	-0.000748	0.047747
AVGINC	0.004505	0.001553	-0.000748	0.006944	-0.252479
C	-1.115531	-0.066889	0.047747	-0.252479	28.18395

Abbildung 1: EVIEWS-Ergebnisse zu Aufgabe 2

Aufgabe 3 (25 Punkte)

1. Die Abbildung 2 zeigt die geschätzten Residuen einer einfachen KQ-Schätzung. Entsprechen diese den Standardannahmen für das einfache Regressionsmodell? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.
2. Betrachten Sie nun das lineare Regressionsmodell mit nur einer erklärenden Variable und ohne Konstante:

$$y_t = x_t\beta + e_t, \quad e_t \sim N(0, x_t^2) \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

- (a) Schreiben Sie den einfachen KQ-Schätzer in Summenschreibweise auf. Ist dieser Schätzer verzerrt? *Hinweis:* Sie können zunächst die Matrixschreibweise verwenden und diese dann in Summen überführen.
- (b) Nennen Sie nun einen Schätzer für β , der BLUE ist und geben Sie die Schätzformel an.
- (c) Ist dieser Schätzer auch BUE? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.
- (d) Geben Sie eine Matrix P an, mit der Sie das Model 2 transformieren können, so dass gilt $e_t \sim N(0, 1)$.
- (e) Geben Sie nun den von Ihnen in 2b vorgeschlagenen Schätzer auch in Summenschreibweise an.
- (f) Schätzen Sie nun β mit der in 2e hergeleiteten Formel, gegeben dass

x_t		1	1	2	4	5	8	10
y_t		-7	-6	-4	-1	3	6	9

- (g) Bestimmen Sie die Varianz des von Ihnen verwendeten Schätzers für β . *Hinweis:* $\sigma_g = 1$.
3. **Eviews Aufgabe:**
Die Abbildungen 3 und 4 enthalten die Ergebnisse der Schätzung einer Einkommensfunktion.
Überprüfen Sie auf dem 5% Signifikanzniveau die Annahme, dass die Varianz der Störterme für die Beobachtungen 1-13 signifikant kleiner ist als die Varianz für die restliche Stichprobe (14-20).

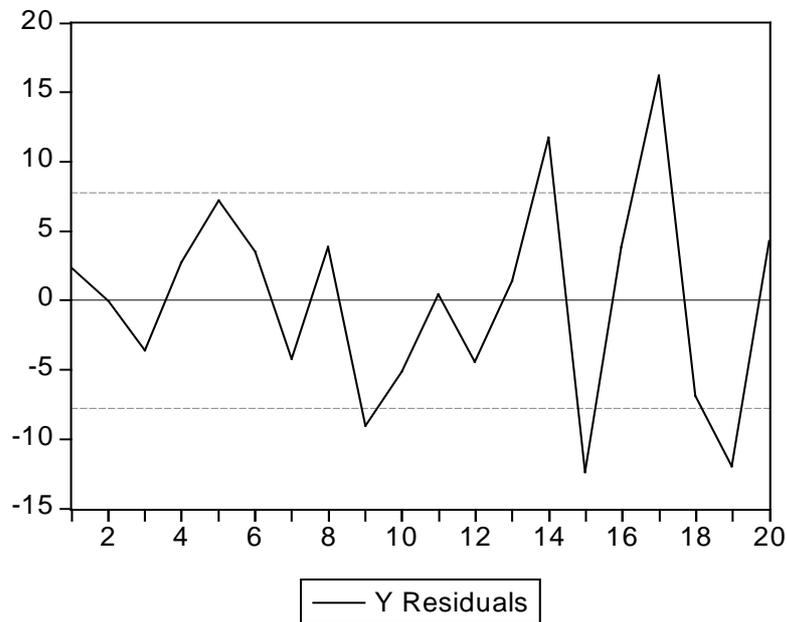


Abbildung 2: Geschätzte Residuen für den gesamten Zeitraum, zu Aufgabe 3

Dependent Variable: Y
 Method: Least Squares
 Date: 09/26/04 Time: 21:51
 Sample: 1 13
 Included observations: 13

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X3	0.981200	0.446350	2.198276	0.0526
X2	1.713193	0.573688	2.986279	0.0137
C	-1.748641	13.70215	-0.127618	0.9010
R-squared	0.577258	Mean dependent var	48.64952	
Adjusted R-squared	0.492710	S.D. dependent var	6.289723	
S.E. of regression	4.479811	Akaike info criterion	6.036213	
Sum squared resid	200.6870	Schwarz criterion	6.166586	
Log likelihood	-36.23538	F-statistic	6.827555	
Durbin-Watson stat	2.104455	Prob(F-statistic)	0.013501	

Abbildung 3: Schätzwoutput zu Aufgabe 3

Dependent Variable: Y
 Method: Least Squares
 Date: 09/26/04 Time: 21:52
 Sample: 14 20
 Included observations: 7

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
X3	-0.686999	1.395293	-0.492369	0.6483
X2	1.875266	2.626918	0.713865	0.5148
C	36.18771	77.48887	0.467005	0.6648
R-squared	0.172584	Mean dependent var	65.63871	
Adjusted R-squared	-0.241124	S.D. dependent var	11.68001	
S.E. of regression	13.01221	Akaike info criterion	8.267180	
Sum squared resid	677.2701	Schwarz criterion	8.243999	
Log likelihood	-25.93513	F-statistic	0.417164	
Durbin-Watson stat	2.196765	Prob(F-statistic)	0.684617	

Abbildung 4: Schätzoutput zu Aufgabe 3