

## Feuille d'exercices 2

Prof. Melanie Schienle, Michael Kreutz

22 octobre 2009

### 1. Exercice, 4 Points

Soient  $X, Y$  des ensembles et  $f : X \rightarrow Y$  une application. Soient  $A, B \subseteq X$  et  $C, D \subseteq Y$ . Lesquelles des propositions suivantes sont toujours vraies ? Faites les démonstrations ou donnez un contre-exemple pour les propositions fausses.

- (a)  $f^{-1}(Y \setminus C) = X \setminus f^{-1}(C)$
- (b)  $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$
- (c)  $f(f^{-1}(C)) = C$
- (d)  $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$

### 2. Exercice, 2 points

Soit  $M = \{a, b\}$ . Calculer  $\mathcal{P}(M)$  et  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(M))$ .

### 3. Exercice, 6 Points

Soient  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  des applications.

- (a) Montrer que si  $g \circ f$  est surjective alors  $g$  est surjective.
- (b) Soient  $f$  et  $g$  de plus bijectives.  
Montrer qu'alors l'application  $g \circ f$  est bijective et

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}.$$

### 4. Exercice, 4 points

Soient  $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $(x, y) \mapsto x + y$  et  
 $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto (x + 2, 2x)$  des applications.

Décider si  $f, g, f \circ g$  et  $g \circ f$  sont injectives, surjectives et/ou bijectives.