

Feuille d'exercices 2

Prof. Melanie Schienle, Michael Kreutz

22 octobre 2009

1. Exercice, 4 Points

Soient X, Y des ensembles et $f : X \rightarrow Y$ une application. Soient $A, B \subseteq X$ et $C, D \subseteq Y$. Lesquelles des propositions suivantes sont toujours vraies ? Faites les démonstrations ou donnez un contre-exemple pour les propositions fausses.

- (a) $f^{-1}(Y \setminus C) = X \setminus f^{-1}(C)$
- (b) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$
- (c) $f(f^{-1}(C)) = C$
- (d) $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$

2. Exercice, 2 points

Soit $M = \{a, b\}$. Calculer $\mathcal{P}(M)$ et $\mathcal{P}(\mathcal{P}(M))$.

3. Exercice, 6 Points

Soient $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ des applications.

- (a) Montrer que si $g \circ f$ est surjective alors g est surjective.
- (b) Soient f et g de plus bijectives.
Montrer qu'alors l'application $g \circ f$ est bijective et

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}.$$

4. Exercice, 4 points

Soient $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto x + y$ et
 $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $x \mapsto (x + 2, 2x)$ des applications.

Décider si $f, g, f \circ g$ et $g \circ f$ sont injectives, surjectives et/ou bijectives.