Exercices

Série n°2

Lundi 13 novembre

Exercice 1 : Les applications suivantes sont elles injectives? Sont-elles surjectives? Démontrez rigoureusement vos réponses

$a.\ f: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to \cos x \end{cases}$

$b.\ f: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to ax+b \end{cases}, \text{avec } a, b \in \mathbb{R}$

$c.\ f: \begin{cases} \mathbb{R} \to [-1,1] \\ x \to \cos x \end{cases}$

$d.\ f: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to e^x \end{cases}$

Exercice 2 : Soient A, B, C, D quatre ensembles, $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$ trois applications telles que $g \circ f$ et $h \circ g$ sont bijectives. Montrer que f, g et h sont bijectives.

Exercice 3 : Soient A et B deux ensembles. Soit f une application de A dans B.

1. Montrer que f est surjective si et seulement si il existe une application g de B dans A telle que $f \circ g = Id_B$.

2. Montrer que f est injective si et seulement si il existe une application g de f(A) dans A telle que $g \circ f = Id_A$.

Exercice 4 : On dit que deux ensembles A et B sont équipotents s'il existe une bijection entre A et B. Montrer que les ensembles suivants sont équipotents.

1. $E \times F$ et $F \times E$.

2. $\mathcal{F}(G, E \times F)$ et $\mathcal{F}(G,E) \times \mathcal{F}(G,F)$.

3. $\mathcal{F}(G, \mathcal{F}(F,E))$ et $\mathcal{F}(F \times G, E)$.

4. $\mathcal{F}(F, P(E))$ et $P(E \times F)$.