Multimedial konzipierte Vorlesungen in Wirtschaftsmathematik und Operations Research

Belousow, A.
Institut für Produktion, Wirtschaftsinformatik und Operations Research,
Freie Universität Berlin, Garystr. 21, 14195 Berlin

Helmes, K.
Institut für Operations Research, Humboldt-Universität zu Berlin, Spandauer Str. 1,
10178 Berlin

Abstract: Wir berichten über die Erstellung mulitmedial konzipierter Vorlesungen in Wirtschaftsmathematik an der Humboldt-Universität zu Berlin und über eine geplante Vorlesung „Einführung in Operations Research“. Das Ziel des Projekts war/ist nicht die Erstellung einer interaktiven Lernumgebung, sondern eine verbesserte Lehre durch Bereitstellung verzahnter multimedialer Lernunterlagen für die Vorlesung und das Internet.

Für jede der dreißig 1 1/2-stündigen Mathematikvorlesungen wurden computer-animierte Folien (ca. 100 pro Vorlesung) mit Power Point oder Flash erstellt und, darauf abgestimmt, Skripte (ca. 18 Seiten pro Vorlesung) und Übungsserien (ca. 20 Aufgaben pro Vorlesung) geschrieben. Die Folien (ohne Animation, aber z. T. mit Ton) standen Hörern im Internet zur Verfügung. Wir zeigen einige ausgewählte Beispiele von kurzen Foliensequenzen, die verschiedene Möglichkeiten der Stoffvermittlung, z. B. Formelanimation, Video-Clips etc., dokumentieren. Wir berichten über Erfahrungen mit eingesetzter Software und über Vor- und Nachteile dieser Art des Multimediaeinsatzes im Grundstudium.

1. Einführung. Im Wintersemester 1997/98 wurde am Institut für Operations Research der Humboldt-Universität zu Berlin damit begonnen, multimedial gestaltete Vorlesungen für Wirtschaftswissenschaftler im Grundstudium, speziell in Wirtschaftsmathematik, und auch im Hauptstudium, speziell in Operations Research, zu konzipieren und zu erstellen. Anlass für dieses Vorhaben waren zum einen die Absicht, die übliche Vorlesungsdarbietung zu verbessern, zum anderen die Bereitschaft von Mitarbeitern, computertechnische Einsatzmöglichkeiten in der Lehre zu nutzen und mit diesen Möglichkeiten zu experimentieren. Darüber hinaus legten es projezierte Studentenzahlen unter Beachtung gegebener Raumrestriktionen nahe, Lern- und Lehrkonzepte zu entwickeln, die internetgeeignet wären. Als primäres Ziel des Vorhabens wurde definiert, Lerninhalte, speziell solche mathematischer Art, für mediale Anwendungen aufzuarbeiten. In diesem Stadium des Projekts wurde bewusst darauf verzichtet, eine interaktive Softwareumgebung zu schaffen, und stattdessen verfügbare Multimediasoftware zu nutzen. Dabei spielten auch persönliche Erfahrungen und Neigungen eine Rolle. Für eine Übersicht über andere Ansätze in der multimedialen Lehre vergleiche z. B. [1] – [3] und [5] und die in den einzelnen Beiträgen angegebene Literatur. In einem ersten Schritt wurden für einzelne Vorlesungen in Wirtschaftsmathematik II im Sommersemester 1998 computer-aninierte Folien, und, darauf aufbauend, begleitende Lernunterlagen erstellt. Über einen Zeitraum von drei Jahren wurden dann für alle dreißig der 1 1/2-stündigen Wirtschaftsmathematikvorlesungen an der Humboldt-Universität ca. 100 computer-animierte Folien pro Vorlesung produziert.

Die in den nachfolgenden Semestern gesammelten Erfahrungen wurden regelmäßig dazu genutzt, schon produzierte Vorlesungen kontinuierlich auszubauen und zu verbessern.

2. Das Konzept und seine praktische Umsetzung. Bei der Realisierung des in der Einleitung beschriebenen Ziels wurde 1998 von ca. 350 Zuhörern, das entspricht der Zahl der Sitzplätze des größten Hörsaals im Fakultätsgebäude der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät, ausgegangen; inzwischen ist die Zahl der in den ersten Wochen eines Semesters an den Vorlesungen teilnehmenden Studenten beträchtlich gestiegen.

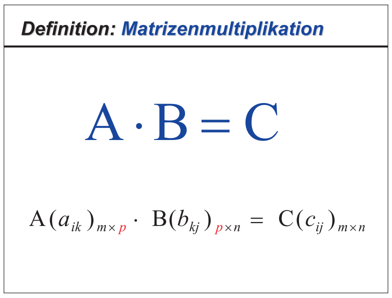
In diesem „großen“ Hörsaal gibt es zwei Projektionsflächen für Computer- und Tageslichtprojektoren, die parallel genutzt werden können, und Tafelflächen, die bedingt mit den Projektoren kombiniert eingesetzt werden können.

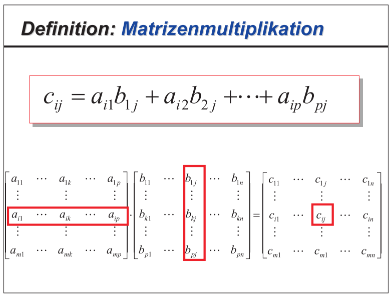
Die Dimensionen dieses Hörsaals und der damit verbundenen Restriktionen erforderte bei der Foliengestaltung eine Ausgewogenheit zwischen Bild- und Schriftgröße einerseits und Informationsdarstellung auf einzelne oder mehrere „verbundene“ Folien andererseits. Dies führte zu einem von einer üblichen Präsentation von Inhalten abweichenden Darstellung des Lehrstoffs in der Form komplex animierter Foliensequenzen. Die damit verbundenen Probleme der Zuhörer, dynamisch dargestellte Information zu verarbeiten, bedingen, dass an die Folien angepasst ausgestaltete Lernunterlagen vor jeder Vorlesung zur Verfügung stehen müssen.

Das nachfolgende Beispiel zur Matrizenmultiplikation soll die beiden Darstellungsweisen und die Unterschiede illustrieren. Der erste Teil des Beispiel sind schwarz-weiß Kopien der aninierten farbigen Folien. Im Vortrag wird gezeigt werden, in welcher Weise die Folien animiert sind und welche Bedeutung Animation für das bessere Verstehen von Lernstoff hat. Der zweite Teil des Beispiels zeigt die entsprechende Passage in den Lernunterlagen. Der klassische Stoff findet sich so oder in ähnlicher Weise in vielen Lehrbüchern oder Formelsammlungen dargestellt, siehe z. B. [4].

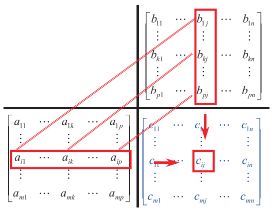
Beispiel (Matrizenmultiplikation):

Teil 1: Schwar-weiß Kopien der Foliensequenz zur Matrizenmultiplikation.





Definition: ***Matrizenmultiplikation***



$$A \cdot B = C$$

$$A \in M(m, p) \quad B \in M(p, n)$$

$$C \in M(m, n)$$

Zahlenbeispiel:

Gegeben:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Zahlenbeispiel:

Finde:

$$A \cdot B = ?$$

Zahlenbeispiel:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} & \end{array}$$

Zahlenbeispiel:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 19 & \\ & \end{matrix} \end{array}$$

A: Zeile 1
B: Spalte 1

$$1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 6 = 19$$

Zahlenbeispiel:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 19 & 9 \\ & \end{matrix} \end{array}$$

A: Zeile 1
B: Spalte 2

$$1 \cdot 3 + 0 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 9$$

Zahlenbeispiel:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 19 & 9 \\ 34 & \end{matrix} \end{array}$$

A: Zeile 2
B: Spalte 1

$$2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 5 \cdot 6 = 34$$

Zahlenbeispiel:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} & \begin{matrix} 19 & 9 \\ 34 & 21 \end{matrix} \end{array}$$

A: Zeile 2
B: Spalte 2

$$2 \cdot 3 + 1 \cdot 5 + 5 \cdot 2 = 21$$

Zahlenbeispiel:

$$\begin{array}{c|c} & \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} & \boxed{\begin{matrix} 19 & 9 \\ 34 & 21 \end{matrix}} \end{array}$$

Zahlenbeispiel:

Lösung:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 19 & 9 \\ 34 & 21 \end{bmatrix}$$

im Allgemeinen gilt:

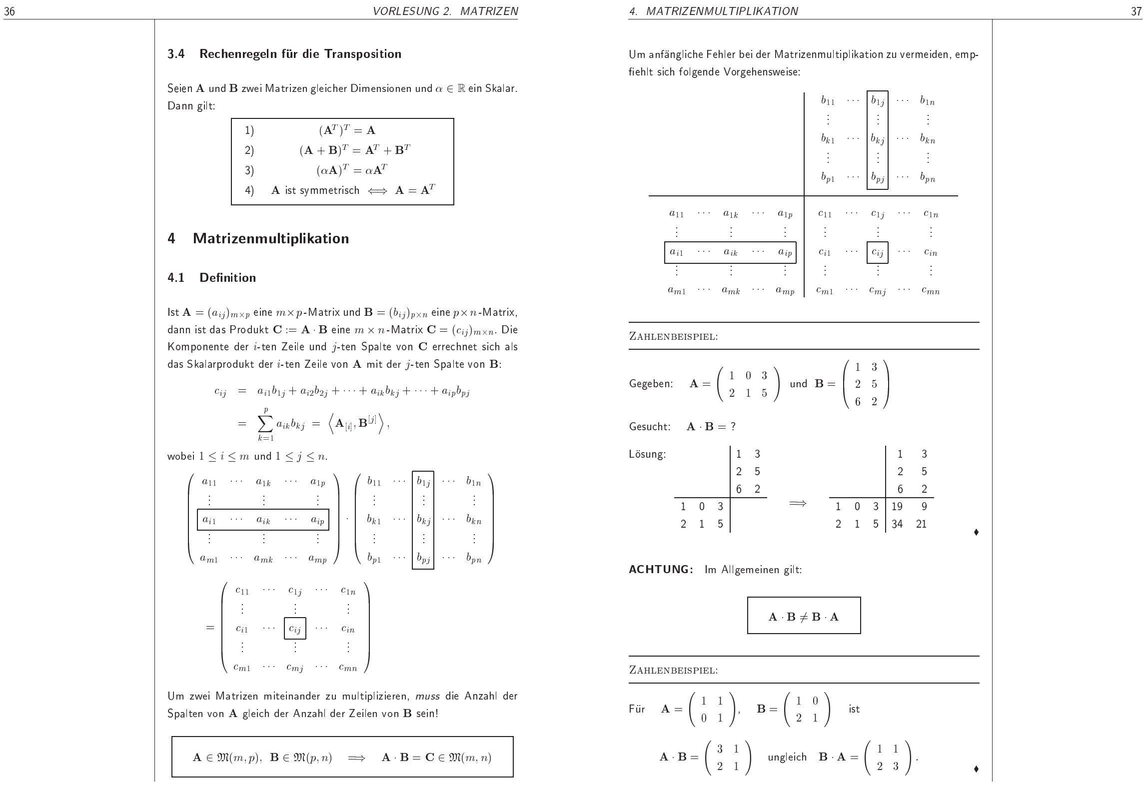
$$A \cdot B \neq B \cdot A$$

Zahlenbeispiel:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \neq B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Teil 2: Der entsprechende Abschnitt aus den Lernunterlagen



36 VORLESUNG 2. MATRIZEN

3.4 Rechenregeln für die Transposition

Seien $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ zwei Matrizen gleicher Dimensionen und $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Skalar. Dann gilt:

1)	$(\mathbf{A}^T)^T = \mathbf{A}$
2)	$(\mathbf{A}+\mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T + \mathbf{B}^T$
3)	$(\alpha\mathbf{A})^T = \alpha\mathbf{A}^T$
4)	$\mathbf{A}$ ist symmetrisch $\iff \mathbf{A} = \mathbf{A}^T$

4 Matrizenmultiplikation

4.1 Definition

Ist $\mathbf{A} = (a_{ij})_{m\times p}$ eine $m\times p$-Matrix und $\mathbf{B} = (b_{ij})_{p\times n}$ eine $p\times n$-Matrix, dann ist das Produkt $\mathbf{C} := \mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ eine $m\times n$-Matrix $\mathbf{C} = (c_{ij})_{m\times n}$. Die Komponente der i-ten Zeile und j-ten Spalte von $\mathbf{C}$ errechnet sich als das Skalarprodukt der i-ten Zeile von $\mathbf{A}$ mit der j-ten Spalte von $\mathbf{B}$:

$$\begin{aligned} c_{ij} &= a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ik}b_{kj} + \cdots + a_{ip}b_{pj} \\ &= \sum_{k=1}^{p} a_{ik}b_{kj} = \left\langle \mathbf{A}_{[i]}, \mathbf{B}^{[j]} \right\rangle, \end{aligned}$$

wobei $1 \le i \le m$ und $1 \le j \le n$.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} & \cdots & a_{1p} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \boxed{a_{i1} \ \cdots \ a_{ik} \ \cdots \ a_{ip}} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mk} & \cdots & a_{mp} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{k1} & \cdots & b_{kj} & \cdots & b_{kn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{p1} & \cdots & b_{pj} & \cdots & b_{pn} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{i1} & \cdots & \boxed{c_{ij}} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mj} & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

Um zwei Matrizen miteinander zu multiplizieren, *muss* die Anzahl der Spalten von $\mathbf{A}$ gleich der Anzahl der Zeilen von $\mathbf{B}$ sein!

$$\boxed{\mathbf{A} \in \mathfrak{M}(m,p),\ \ \mathbf{B} \in \mathfrak{M}(p,n) \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \mathbf{C} \in \mathfrak{M}(m,n)}$$

4. MATRIZENMULTIPLIKATION 37

Um anfängliche Fehler bei der Matrizenmultiplikation zu vermeiden, empfiehlt sich folgende Vorgehensweise:

$$\begin{array}{ccccc|ccccc} & & & & & b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1n} \\ & & & & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ & & & & & b_{k1} & \cdots & b_{kj} & \cdots & b_{kn} \\ & & & & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ & & & & & b_{p1} & \cdots & b_{pj} & \cdots & b_{pn} \\ \hline a_{11} & \cdots & a_{1k} & \cdots & a_{1p} & c_{11} & \cdots & c_{1j} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ik} & \cdots & a_{ip} & c_{i1} & \cdots & \boxed{c_{ij}} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mk} & \cdots & a_{mp} & c_{m1} & \cdots & c_{mj} & \cdots & c_{mn} \end{array}$$

ZAHLENBEISPIEL:

Gegeben: $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ und $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$

Gesucht: $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = ?$

Lösung:

$$\begin{array}{ccc|cc} & & & 1 & 3 \\ & & & 2 & 5 \\ & & & 6 & 2 \\ \hline 1 & 0 & 3 & & \\ 2 & 1 & 5 & & \end{array} \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{ccc|cc} & & & 1 & 3 \\ & & & 2 & 5 \\ & & & 6 & 2 \\ \hline 1 & 0 & 3 & 19 & 9 \\ 2 & 1 & 5 & 34 & 21 \end{array}$$

♦

ACHTUNG: Im Allgemeinen gilt:

$$\boxed{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} \neq \mathbf{B}\cdot\mathbf{A}}$$

ZAHLENBEISPIEL:

Für $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ist

$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ungleich $\mathbf{B}\cdot\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

♦

Die im ersten Teil des Beispiels abgedruckten Folien zeigen den typischen Aufbau einer Folie: farbig (gemäß eines definierten Farbcodes) unterlegte „Bannerzeile“, gefolgt von wenigen, wenn immer möglich höchstens fünf oder sechs, Informationszeilen oder Formelausdrücken. Animation ermöglicht es in der Regel, Formelableitungen angemessen durchzuführen.

Im Vortrag werden weitere Beispiele, u. a. aus OR, vorgeführt, die naheliegende graphische Darstellungsmöglichkeiten und auf den Lernstoff bezogene Video-Clips zeigen.

3. Bewertung. Multimedial gestaltete Vorlesungen haben im Vergleich zu traditionell gehaltenen Vorlesungen im Allgemeinen eine Reihe von Vorteilen, z. B. die mögliche Internetpräsenz, der Einsatz in der Fernlehre (CD oder DVD), die Wiederverwertbarkeit von Modulen als Ganzes oder in Teilen, das billige Einbringen und die damit verbundenen Einsatzmöglichkeiten von Farbe usw. Diese Vorteile werden aber mit umfangreichen Vorarbeiten und einem nicht immer zu rechtfertigenden Einsatz an Zeit und/oder Mitarbeitern erkauft. Zu den Vorteilen, die z. T. produktiv, aber auch kontra-produktiv sind, zählen u. a. die sorgfältige Planung, Gliederung und der Aufbau jeder Foliensequenz. Dabei sind diese Aspekte produktiv als sie in natürlicher Weise einen modularen Aufbau der Vorlesungen nahelegen. Kontraproduktiv sind sie in dem Sinne, dass einmal fertiggestellte Vorlesungsteile nur wieder mit hohem Aufwand verändert werden können und somit ein einmal ausgewählter Stoff ein u. U. ungebührliches Beharrungsvermögen hat.

Im Vortrag werden wir detaillierter auf Vor- und Nachteile des Konzepts eingehen.

Literatur

[1] Albach, H. und Mertens, P. (Hrsg.), Hochschulorganisation und Hochschuldidaktik, Ergänzungsheft 3/2000 der *Zeitschrift für Betriebswirtschaftslehre.*

[2] Kammerl, R. (Hrsg.), Computerunterstütztes Lernen, in der Reihe Hand- und Lehrbücher der Pädagogik, Oldenbourg Verlag, 2000.

[3] Kerres, M., Multimediale und telemediale Lernumgebungen: Konzeption und Entwicklung, 2., vollständig überarbeitete Auflage, Oldenbourg Verlag, 2001.

[4] König u. a., Taschenbuch der Wirtschaftsinformatik und Wirtschaftsmathematik, Verlag Harri Deutsch, 1999.

[5] Schulmeister, R., Grundlagen hypermedialer Lernsysteme: Theorie-Didaktik-Design, 2. aktualisierte Auflage, Oldenbourg Verlag, 1997.