Klausur Frühjahr 1996

Aufgabe 1 (30 Punkte)

Gegeben sei folgendes lineare Regressionsmodell

$$y_t = \beta_1 + x_t\beta_2 + e_t, \qquad t = 1, \ldots, 50.$$

Es wird für den ersten Parameter, β_1, angenommen, daß zur 11. Periode ein Strukturbruch auftritt. Zur 31. Periode tritt ein weiterer Strukturbruch auf, der diesmal aber nur den zweiten Parameter, β_2, betrifft.

1) Schreiben Sie das resultierende Modell mit Hilfe von Dummy-Variablen. Geben Sie auch die dazugehörige Matrixform an.

2) Schätzen Sie anhand folgender Angaben die Parameter Ihres Modells mit der OLS-Methode.

$$\sum_{t=1}^{50} x_t = \sum_{t=1}^{10} x_t = \sum_{t=31}^{50} x_t = 0, \quad \sum_{t=1}^{50} x_t^2 = 10, \quad \sum_{t=31}^{50} x_t^2 = 5,$$
$$\sum_{t=1}^{50} y_t = 20, \quad \sum_{t=1}^{10} y_t = 5, \quad \sum_{t=1}^{50} y_t x_t = 40, \quad \sum_{t=31}^{50} y_t x_t = 20.$$

3) Angenommen Sie würden zu beiden Zeitpunkten Strukturbrüche für beide Parameter zulassen, leiten Sie ab, daß die sich dann ergebenden OLS-Schätzer für die Regressionskoeffizienten gerade denen dreier getrennter Regressionen entsprechen.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Der Parameter β des folgenden Modells soll mit der Methode der nichtlinearen kleinsten Quadrate (NLS-Methode) geschätzt werden.

$$\begin{aligned} y_t &= f(x_{t1}, x_{t2}, \beta) + e_t \\ &= \beta^{x_{t1}} + (1-\beta)^{x_{t2}} + e_t \end{aligned}$$

Geben Sie dazu die Rekursionsformeln des Gauss-Newton Algorithmus an.

Aufgabe 3 (20 Punkte)

Gegeben sei folgendes Modell

$$y_t = \beta y_{t-1} + e_t, \quad e_t = \rho e_{t-1} + v_t, \qquad |\beta| < 1, \quad |\rho| < 1, \quad v \sim (0, \sigma^2 I),$$

1) Zeigen Sie, daß für den OLS-Schätzer $b = \dfrac{\sum y_t y_{t-1}}{\sum y_{t-1}^2}$ gilt: $\operatorname{plim} b = \dfrac{\beta + \rho}{1 + \rho\beta}$.

2) Ist y_{t-2} ein geeignetes Instrument für y_{t-1}? Falls ja, zeigen Sie, daß die erforderlichen Annahmen erfüllt sind. Falls nein, zeigen Sie, daß zumindest eine der erforderlichen Annahmen nicht erfüllt ist.

Aufgabe 4 (20 Punkte)

Gegeben sei folgendes Mehrgleichungssystem:

$$\begin{aligned} y_{t1} &= y_{t3}\gamma_{31} + x_{t3}\beta_{31} + e_{t1} && (1)\\ y_{t2} &= y_{t3}\gamma_{32} + x_{t1}\beta_{12} + x_{t2}\beta_{22} + e_{t2} && (2)\\ y_{t3} &= y_{t2}\gamma_{23} + x_{t1}\beta_{13} + x_{t2}\beta_{23} + e_{t3}. && (3) \end{aligned}$$

1) Überprüfen Sie anhand des Rangkriteriums jeweils die Identifizierbarkeit der Parameter der strukturellen Form der Gleichungen (1) bis (3).

2) Ermitteln Sie anhand folgender Zwischenergebnisse die 2SLS Schätzung für die strukturellen Parameter der ersten Gleichung.

$$\begin{aligned} \sum \hat{y}_{t3}y_{t3} &= 100, & \sum \hat{y}_{t3}y_{t1} &= 5, & \sum \hat{y}_{t1}y_{t3} &= 6,\\ \sum x_{t3}^2 &= 2, & \sum x_{t3}\hat{y}_{t1} &= 11, & \sum x_{t2}\hat{y}_{t1} &= 12,\\ \sum \hat{y}_{t3}x_{t3} &= -10, & \sum x_{t3}y_{t1} &= 15, & \sum x_{t2}y_{t1} &= 10, \end{aligned}$$

wobei sich die $\hat{Y}$ aus der Schätzung der reduzierten Form als $\hat{Y} = X\hat{\Pi}$ ergeben.

3) Zeigen Sie allgemein, wie man die 3SLS-Methode als Instrumentvariablen-Methode interpretieren kann. Wie lautet das Instrument?

Aufgabe 5 (20 Punkte)

Betrachten Sie folgendes Modell

$$\begin{aligned} y_{t1} &= y_{t2}\gamma_{21} + x_{t1}\beta_{11} + x_{t3}\beta_{31} + e_{t1}\\ y_{t2} &= y_{t1}\gamma_{12} + x_{t2}\beta_{22} + e_{t2}. \end{aligned}$$

Diskutieren Sie mögliche Schätzverfahren für die Parameter dieses Modells. Gehen Sie dabei auf folgende Aspekte ein

- Welche Annahmen bzgl. der Störterme werden üblicherweise getroffen?
- Erklären Sie kurz, warum eine getrennte OLS-Schätzung der beiden Gleichungen nicht zu empfehlen ist.
- Welche Lösung gibt es für dieses Problem?
- Welche Eigenschaften haben die von Ihnen vorgeschlagenen Methoden? Welche Voraussetzungen / Annahmen sind dazu nötig?