Klausur Frühjahr 1994

Aufgabe 1

Gegeben sei folgendes ökonometrisches Modell der Zigarettennachfrage:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{t2} + \beta_3 x_{t3} + e_t.$$

Dabei bezeichnet

y_t : die Nachfrage nach Zigaretten in der Periode t
x_{t2} : den Preisindex für Zigaretten in der Periode t
x_{t3} : einen Einkommensindex für die Periode t

Es liegen $T = 30$ Jahresdaten von 1965 bis 1994 vor.

1) Gegeben seien folgende Residuenquadratsummen:

$$\hat{e}'\hat{e} = 30, \quad \hat{e}_I'\hat{e}_I = 8, \quad \hat{e}_{II}'\hat{e}_{II} = 10,$$

wobei I die Teilperiode $t = 1965, \ldots, 1980$ und II die Teilperiode $t = 1981, \ldots, 1994$ bezeichnet. Überprüfen Sie anhand eines geeigneten Tests, ob im Jahre 1981 ein Strukturbruch vorliegt ($\alpha = 0.05$). Nennen und erläutern Sie die Null- und Alternativhypothese Ihres Tests.

2) Im Jahre 1981 sei die Tabaksteuer von vormals konstant 60% auf seither konstant 70 % erhöht worden. Es wird nunmehr folgendes Modell analysiert:

$$\begin{aligned} y_t &= \beta_1 + \beta_{t2} x_{t2} + \beta_3 x_{t3} + e_t \\ \beta_{t2} &= \bar{\beta}_2 + \gamma_1 x_{t4}, \end{aligned} \tag{1}$$

wobei x_{t4} den Tabaksteuersatz in der Periode t bezeichnet.

3) Wie würden Sie dieses Modell schätzen?

4) Überführen Sie dieses Modell in ein Dummy-Variablen-Modell. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Parametern dieses Modells und Modell (1).

Aufgabe 2

Die Nachfrage nach Benzin (y_{ti}) zweier Firmen $i = 1, 2$ lässt sich in Abhängigkeit des jeweiligen Benzinpreises (x_{ti}) wie folgt beschreiben (mittelwertbereinigte Daten):

$$\begin{aligned} y_{t1} &= \beta_1 x_{t1} + e_{t1} \\ y_{t2} &= \beta_2 x_{t2} + e_{t2}, \qquad t = 1, \ldots, 25 \end{aligned}$$

Dabei ergaben sich die folgenden Momente:

$$(x_1' x_2')\,(x_1 \;\; x_2) = \begin{pmatrix} 10 & -5 \\ -5 & 10 \end{pmatrix} \qquad (x_1' x_2')\,(y_1 \;\; y_2) = \begin{pmatrix} -15 & -10 \\ -10 & -20 \end{pmatrix}$$

1) Führen Sie zunächst eine KQ-Schätzung für β_1 und β_2 der beiden Gleichungen getrennt durch.

2) Warum kann es sinnvoll sein, dieses System als SUR-Modell zu schätzen? Nennen und erläutern Sie kurz die Annahmen, die Sie dabei treffen.

3) Führen Sie nun eine SUR-Schätzung durch, verwenden Sie dazu die folgenden Momente der Residuen zweier KQ-Regressionen:

$$\hat{e}_1'\hat{e}_1 = 50, \quad \hat{e}_2'\hat{e}_2 = 100, \quad \hat{e}_1'\hat{e}_2 = 50.$$

4) Welche Schätzmethode würden Sie bevorzugen? Wovon hängt der Effizienzgewinn der SUR-Schätzung ab?

Aufgabe 3

Es soll die Einkommensfunktion

$$y_{it} = \beta_{1i} + \beta_2 s_{it} + e_{it}$$

mit Hilfe von *Paneldaten* geschätzt werden. Dabei bezeichnet y_{it} das logarithmierte Arbeitseinkommen und s_{it} die Berufserfahrung in Jahren. Der Stichprobenumfang beträgt $T = 10$ und $N = 1500$.

1) Eine Schätzung des Dummy-Variablen-Modells ("Within-Group-Schätzung") ergibt eine Varianzschätzung von $\hat{\sigma}_e^2 = 4.0$ und eine Regression der individuellen Mittelwerte ("Between-Group-Schätzung") ergibt eine Varianzschätzung von 1.6. Stellen Sie mit diesen Ergebnissen die Schätzgleichung für die Koeffizienten im Fehlerkomponentenmodell auf. Welchen Schätzwert erhalten Sie für die Varianz der Individualeffekte ($\hat{\sigma}_\mu^2$)?

2) Zeigen Sie, dass die Matrix

$$D_T = I_T - \frac{1}{T} j_T j_T'$$

idempotent und orthogonal zu $j_T = [1, \ldots, 1]'$ ist. Welche Bedeutung hat diese Matrix bei der Schätzung des Dummy-Variablen-Modells? Für welchen Spezialfall liefert die Schätzung des Fehlerkomponenten-Modells die gleichen Schätzwerte für β_2 wie die Schätzung des Dummy-Variablen-Modells?

Aufgabe 4

Gegeben sei folgendes Regressionsmodell mit sogenannten *moving average* Störtermen:

$$y_t = \beta y_{t-1} + e_t + m e_{t-1}, \quad e \sim (0, \sigma^2 I), \text{ und } E(e_t y_{t-r}) = 0, \ r = 1, 2, \ldots; \ t = 1, \ldots, T$$

1) Zeigen Sie, dass der KQ-Schätzer für β nicht konsistent ist.

2) Schlagen Sie eine Instrumentalvariable für y_{t-1} vor. Zeigen Sie unter Berücksichtigung der obigen Modellannahmen, daß diese die Bedingungen erfüllt, die zu einer konsistenten IV-Schätzung führen.

Aufgabe 5

Gegeben sei folgendes Modell:

$$y_t = \mu^{x_t} + e_t, \quad e_t \sim N(0, 1)$$

Der Parameter μ soll mit der ML-Methode geschätzt werden. Bestimmen Sie dazu die Rekursionsformeln des Newton-Raphson und des scoring Algorithmus. Nehmen Sie dazu an, daß x_t eine exogene, nicht stochastische Größe sei. Welcher Zusammenhang besteht zwischen beiden?

Aufgabe 6

Betrachten Sie das IS-Modell bestehend aus den Verhaltensgleichungen:

$$C_t = \alpha_1 + \alpha_2 Y_t + e_{t1}$$
$$I_t = \beta_1 + \beta_2 r_t + e_{t2}$$

und der Identittsbeziehung

$$Y_t = C_t + I_t,$$

mit C_t als privater Konsum, Y_t als Volkseinkommen, I_t als Investitionen und r_t als Zinssatz.

1) Überprufen Sie, ob die Verhaltensgleichungen identifiziert sind und bestimmen Sie die reduzierte Form des Systems. Welche Annahmen werden über e_{t1} und e_{t2} getroffen?

2) Schlagen Sie Schätzverfahren vor, mit denen

   a) die reduzierte Form und

   b) die strukturelle Form

   des IS-Modells konsistent und asymptotisch effizient geschätzt werden können. Unter welcher zusätzlichen Bedingung für die Störgrößen e_{t1} und e_{t2} kann die Kosumgleichung mit OLS konsistent geschätzt werden?