

Abschlußklausur WS 1995/96

Aufgabe 1 (35 Punkte)

Die Geschäftsleitung eines der beiden großen inländischen Mineralölkonzerne glaubt, daß neben der immer ausgeprägter werdenden Motorisierung der Volkswirtschaft auch der eigene Werbeetat zur guten Umsatzentwicklung in der Vergangenheit beigetragen hat. In der Ökonometrieabteilung des Konzerns wird das folgende lineare Modell spezifiziert:

$$y_{1,t} = x_{1,t}\beta_{11} + x_{2,t}\beta_{12} + u_{1,t}, \quad t = 1, \dots, 40. \quad (1)$$

Dabei ist $y_{1,t}$ ein Quartalsumsatz, $x_{1,t}$ ein Index der die PKW- und LKW-Neuzulassungen je Quartal beschreibt und $x_{2,t}$ mißt die quartalsweisen Ausgaben des Unternehmens für Werbemaßnahmen. u_t erfülle die Standardannahmen des linearen Modells, d.h. $u_t \sim i.i.d.(0, \sigma_1^2)$. Eine mit Hilfe mittelwertbereinigter Daten durchgeführte Schätzung des obigen Modells ergibt für die in Vektorform notierten Variablenausprägungen folgende Zwischenergebnisse:

$$x_1'x_1 = 8; \quad x_1'x_2 = 10; \quad x_2'x_2 = 75; \quad y_1'x_1 = 10; \quad y_1'x_2 = 25; \quad y_1'y_1 = 35; \quad \sum_{t=2}^{40} (\hat{u}_{1,t} - \hat{u}_{1,t-1})^2 = 45.$$

1. Schätzen Sie die Parameter des Modells $(\beta_{11}, \beta_{12}, \sigma_1^2)$. Unter welchen Bedingungen ist ihre Schätzung für den Koeffizientenvektor β effizient in der Klasse linearer Schätzer? Interpretieren Sie diese Eigenschaft.
2. Bestimmen Sie ein 95% Konfidenzintervall für den Koeffizienten β_{12} und nehmen Sie zur Wirksamkeit der Werbemaßnahmen in der Vergangenheit Stellung.
3. Testen Sie mit Hilfe des Durbin-Watson-Tests die Annahme fehlender Autokorrelation der Störterme. Diskutieren Sie kurz einige Nachteile des Durbin-Watson-Tests.
4. Nehmen Sie im folgenden an, das unter (1) spezifizierte Modell erfülle die Standardannahmen für die KQ-Regression. Ein junger Ökonometriker der Mineralölgesellschaft kommt auf die Idee, nicht nur die eigenen Umsatzzahlen mit Hilfe des obigen Modells zu erklären, sondern auch diejenigen des größten Mitabbieters ($y_{2,t}$).

$$y_{2,t} = x_{1,t}\beta_{2,1} + u_{2,t}, \quad u_{2,t} \sim i.i.d.(0, \sigma_2^2). \quad (2)$$

Unter Berücksichtigung von

$$u = (u_1' u_2')' \text{ und } E[uu'] = \Sigma \otimes I$$

liefert eine Systemschätzung beider Regressionen die folgenden Ergebnisse:

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0,54 & -0,25 \\ -0,25 & 0,72 \end{pmatrix}, \quad \hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{1,1} \\ \hat{\beta}_{1,2} \\ \hat{\beta}_{2,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,10 \\ 0,13 \\ 0,70 \end{pmatrix}.$$

Zudem ist

$$[X'(\hat{\Sigma}^{-1} \otimes I)X]^{-1} = \begin{pmatrix} 0,084 & -0,008 & -0,035 \\ & 0,007 & 0,000 \\ & & 0,100 \end{pmatrix}.$$

- (a) Warum ist in dem vorliegenden Fall die Annahme kontemporärer Korrelation realistisch?
- (b) Nehmen Sie erneut zur Frage der Wirksamkeit der von dem ersten Unternehmen durchgeführten Werbeaktionen der Vergangenheit Stellung. Welche Strategie empfehlen Sie in der Zusammenschau Ihrer Ergebnisse für die Schätzung der Modelle in (1) und (2).

5. Gegeben sei ein Zweigleichungsmodell mit kontemporär korrelierten Störtermen:

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= x_{1,t}\beta_1 + u_{1,t} \\ y_{2,t} &= x_{2,t}\beta_2 + u_{2,t} \end{aligned}$$

Die Varianz-Kovarianzmatrix des Fehlervektors $u = (u_1' u_2')'$ sei Ihnen bekannt. Zeigen Sie, daß die Varianz des SUR-Schätzers für β_1 nicht geringer ist, als diejenige des einfachen KQ-Schätzers für die erste Gleichung. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis auch im Hinblick auf zwei interessante Spezialfälle.

Aufgabe 2 (40 Punkte)

Ihnen liegt ein lineares Modell der Form

$$y_t = y_{t-1}\beta + e_t, \quad t = 1, \dots, 20 \text{ oder kompakt } y = y_{-1}\beta + e, \quad \beta < 1, \quad (3)$$

vor. Von dem Fehlerterm e_t wissen Sie, daß dieser einem autoregressiven Prozeß erster Ordnung folgt, $e_t = \rho e_{t-1} + u_t$. u_t erfüllt die Standardannahmen des linearen Modells, den Parameter ρ kennen Sie nicht. Es gilt $E[y_t] = 0$. Der Ausgangswert y_0 sei Ihnen bekannt.

1. Ist der (lineare) KQ-Schätzer für das obige Modell konsistent. Belegen Sie Ihre Antwort formal.
2. Bestimmen Sie formal $E[e_t, e_{t-1}]$.
3. Definieren Sie $e_1 = u_1/\sqrt{1-\rho^2}$. Transformieren Sie das obige Modell gleichungswise in ein Regressionsmodell, dessen Störterm die Standardannahmen des linearen Modells erfüllt. Erscheint Ihnen die für e_1 vorgenommene Definition sinnvoll. Begründen Sie Ihre Auffassung.
4. Beschreiben Sie kurz und anschaulich die verallgemeinerte KQ-Schätzung als ein iteratives Verfahren zur Schätzung von β .
5. Für ein Modell der Form (3) läßt sich auch mit Hilfe einer Instrumentvariablenschätzung eine konsistente Schätzung für β erhalten. Welchen Kriterien muß eine geeignete Instrumentvariable genügen? Nennen Sie eine mögliche Instrumentvariable.
6. Ihnen liegt für eine Instrumentvariablenschätzung des obigen Modells die Variable x_{t-1} vor, die unkorreliert mit den Modellfehlern e_t ist. Zeigen Sie formal (in Summenschreibweise) wie die Varianz des Instrumentvariablenschätzers für β von dem empirischen Streuungsmaß

$$S^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{t-1}x_{t-1}$$

(y_{t-1} und x_{t-1} sind im Mittel 0) abhängt. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis anschaulich.

7. Nehmen Sie an, Ihnen liege im Zeitpunkt T eine Schätzung für die Parameter des obigen Modells vor. Ihre Aufgabe ist es, eine Prognose für den Zeitpunkt $T + 1$ zu erstellen. Schreiben sie Ihre Prognose in einer Form:

$$\hat{y}_{T+1} = y_T \hat{\beta} + K \cdot (y - y_{-1} \hat{\beta}). \quad (4)$$

Wie sieht dabei K strukturell aus. Interpretieren Sie die Darstellung in (4) anschaulich.

Aufgabe 3 (25 Punkte)

Ihnen liegt das folgende in mittelwertbereinigten Daten spezifizierte Marktmodell vor

$$\text{Nachfrage: } P_t = \alpha_1 Q_t + u_{1,t}$$

$$\text{Angebot: } Q_t = \beta_1 P_t + \beta_2 W_t + \beta_3 Q_{t-1} + u_{2,t}.$$

1. Schreiben Sie das Gleichungssystem in Matrixnotation auf. Unter welchen Annahmen wäre das System rekursiv. Unter welchen Annahmen ergibt sich ein Mehrgleichungssystem, das mit Hilfe einer SUR-Regression effizient geschätzt werden kann.
2. Schätzen Sie den Koeffizienten α_1 nach der zweistufigen KQ-Methode unter Berücksichtigung der Endogenität von Q_t . Benutzen Sie dazu die folgenden für mittelwertbereinigte Daten ermittelten Vektorprodukte:

$$W'W = 1; Q'_{-1}Q_{-1} = 1; W'Q_{-1} = 0; W'Q = 2; Q'Q_{t-1} = 3; P'W = 3; P'Q_{-1} = 2.$$

3. Beschreiben Sie kurz das Identifikationsproblem anhand der gewünschten Rückrechnung der Parameter der strukturellen Form aus denjenigen der reduzierten Form. Leiten Sie so allgemein das sogenannte Abzählkriterium der Identifikation her. Warum ist dieses Kriterium nur notwendig nicht aber hinreichend für die Identifikation? Welche Annahme führt zur Identifikation der Angebotsgleichung?
4. Interpretieren Sie die zweistufige KQ-Methode als Instrumentvariablenschätzung.