

2. Klausur

Lehrstuhl für Ökonometrie
2001

Name:
Matr.Nr.:

Klausur "Einführung in die Ökonometrie"

Aufgabe 1:

Für ein Kapitalmarktmodell wird mit Hilfe eines Regressionsmodells die Aktienrendite y_t einer Aktiengesellschaft mit der Rendite des Marktportfolios x_t erklärt:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + e_t$$

Dabei ergeben sich die folgenden Resultate:

$$\bar{y} = 0.2, \quad \bar{x} = 0.1, \quad \sum_{t=1}^T x_t y_t = 4 \quad \sum_{t=1}^T x_t^2 = 2 \quad \sum_{t=1}^T y_t^2 = 10$$

wobei \bar{x} und \bar{y} die Mittelwerte der Variablen bezeichnen. Die Renditen sind in Dezimalzahlen gemessen (d.h. 0.1 = 10 Prozent). Das Modell wird mit Hilfe von 100 Monatswerten geschätzt.

- Bestimmen Sie den Kleinst-Quadrate (KQ) Schätzer b .
- Mit Hilfe des geschätzten Modells soll die Rendite für den nächsten Monat vorhergesagt werden. Dabei wird davon ausgegangen, dass die monatliche Rendite des Marktportfolios -5 Prozent beträgt. Bestimmen Sie eine unverzerrte Vorhersage der Aktienrendite im Folgemonat (y_{T+1}).
- Der Korrelationskoeffizient zwischen x_t und y_t beträgt 0.8165. Berechnen Sie das Bestimmtheitsmaß R^2 . Welchen Wert hat das R^2 wenn die Werte der beiden Variablen x_t und y_t in allen Perioden verdoppelt werden?
- Schätzen Sie die Varianz der Störgröße. Welche Eigenschaften besitzt die von Ihnen verwendete Schätzfunktion?
- Welche Konsequenzen ergeben sich für die gewöhnliche KQ-Schätzung, wenn für den Erwartungswert der Störgrößen $E(e_t) = 0.1$ gilt? Berechnen Sie den Ausdruck $E(b) - \beta$ für diesen Fall.

Computeraufgaben:

- f) Wie groß ist der Anteil an der Varianz der Variable RWD in Tabelle 1, der **nicht** durch die Regressoren im Modell erklärt wird?
- g) Angenommen die Variable LPD wird aus der Modellgleichung ausgeschlossen, die der Tabelle 1 zugrundeliegt, d.h. es wird ein Modell mit den Regressoren EXP, LPDPD und C geschätzt. Wird bei dieser Schätzung das R^2 einen (i) größeren, (ii) kleineren oder (iii) gleich großen Wert annehmen? Begründen Sie Ihre Auffassung.

Aufgabe 2

In Abbildung 1 sehen Sie Regressionsergebnisse aus EVIEWS. Die Variablen sind wie folgt definiert:

RWD: Wachstumsrate der Reallöhne in Polen
 EXD: Wachstumsrate des Wechselkurses US-Dollar/polnischer Zloty
 LPD: Wachstumsrate der Arbeitsproduktivität in Polen
 LPOPD: Wachstumsrate der Beschäftigtenquote (Beschäftigung/Bevölkerung) in Polen.

- Überprüfen Sie die Hypothese, dass ein Rückgang der Wachstumsrate der Beschäftigtenquote zu einem Rückgang der Wachstumsrate der Reallöhne führt. Gehen Sie von einem Signifikanzniveau von 5% aus.
- Testen Sie gegeben ein Signifikanzniveau von $\alpha = 0.01$ die Hypothese $H_0 : \beta_{LPD} = 0.5$ gegen $H_1 : \beta_{LPD} \neq 0.5$. Was bedeutet die Nullhypothese ökonomisch?
- Berechnen Sie für den Koeffizienten der Wachstumsrate des Wechselkurses ein Konfidenzintervall zu einem Konfidenzniveau von 95%. Welche Bedeutung hat die Wachstumsrate des Wechselkurses für das Reallohnwachstum aus statistischer Sicht?
- Welches Reallohnwachstum erwarten Sie, falls die Wechselkurse, die Arbeitsproduktivität und die Beschäftigtenquote um 2% wachsen.
- Überprüfen Sie die Hypothese, dass $\beta_C = 0$ und $\beta_{LPDOD} = 1$ sind ($\alpha = 0.05$).
- Wie groß ist das Signifikanzniveau, zu dem gerade noch alle Koeffizienten ausser β_C gemeinsam signifikant sind?

```

=====
LS // Dependent Variable is RWD
Date: 09/06/01   Time: 15:18
Sample(adjusted): 1970:2 1990:4
Included observations: 83 after adjusting endpoints
=====

```

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EXD	0.104556	0.077272	1.353092	0.1799
LPD	0.397363	0.193545	2.053072	0.0434
LPOPD	1.691789	0.686128	2.465703	0.0158
C	-0.000191	0.011923	-0.015997	0.9873

```

=====
R-squared          0.137138      Mean dependent var 0.006133
Adjusted R-squared 0.104371      S.D. dependent var 0.106245
S.E. of regression 0.100548      Akaike info criter-4.547251
Sum squared resid  0.798679      Schwarz criterion -4.430681
Log likelihood     74.93903      F-statistic        4.185272
Durbin-Watson stat 2.441603      Prob(F-statistic) 0.008387
=====

```

Coefficient Covariance Matrix

	EXD	LPD	LPOPD	C
EXD	0.005971	0.003358	0.003560	-0.000327
LPD	0.003358	0.037460	-0.020731	-0.000447
LPOPD	0.003560	-0.020731	0.470772	0.000000
C	-0.000327	-0.000447	0.000000	0.000142

```

=====

```

Abbildung 1: EVIEWS Ergebnisse, Teil 1

```

=====
LS // Dependent Variable is RWD
Date: 09/06/01   Time: 15:28
Sample(adjusted): 1970:2 1979:4
Included observations: 39 after adjusting endpoints
=====

```

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EXD	0.023059	0.049270	0.468008	0.6427
LPD	-0.118015	0.083695	-1.410067	0.1673
LPOPD	0.728604	0.385660	1.889242	0.0672
C	0.013457	0.005219	2.578444	0.0143

```

=====
R-squared          0.145367      Mean dependent var 0.014720
Adjusted R-squared 0.072113      S.D. dependent var 0.030980
S.E. of regression 0.029842      Akaike info criter-6.926784
Sum squared resid  0.031168      Schwarz criterion -6.756162
Log likelihood     83.73368      F-statistic         1.984415
Durbin-Watson stat 2.655810      Prob(F-statistic)  0.134250
=====

```

```

=====
LS // Dependent Variable is RWD
Date: 09/06/01   Time: 15:33
Sample: 1980:1 1990:4
Included observations: 44
=====

```

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
EXD	0.196680	0.127370	1.544165	0.1304
LPD	0.870324	0.354045	2.458232	0.0184
LPOPD	1.714284	1.137191	1.507472	0.1395
C	-0.011744	0.024838	-0.472810	0.6389

```

=====
R-squared          0.219104      Mean dependent var-0.001477
Adjusted R-squared 0.160537      S.D. dependent var 0.143359
S.E. of regression 0.131348      Akaike info criter-3.973297
Sum squared resid  0.690095      Schwarz criterion -3.811098
Log likelihood     28.97925      F-statistic         3.741079
Durbin-Watson stat 2.384886      Prob(F-statistic)  0.018461
=====

```

Abbildung 2: EVIEWS Ergebnisse, Teil 2

Aufgabe 3

Ein Versandunternehmen der Kosmetikbranche möchte die monatlichen Ausgaben seiner Kunden für Körperpflegeprodukte ermitteln. Insgesamt wertet die ökonometrische Abteilung 400 Bestellungen ($T = 400$) aus, von denen $I : t = 1, \dots, 300$, männliche Kunden bzw. $II : t = 301, \dots, 400$ weibliche Kunden zugeordnet werden.

Zur Modellierung des Bestellwerts (y_t) verwenden die Ökonometriker das folgende lineare Modell:

$$y_t = \beta_1 + e_t, \quad t = 1, \dots, 400.$$

Die Mitarbeiter gehen davon aus, dass die Varianz des Störterms e_t geschlechtsspezifisch ist. Aus den vorliegenden Daten ergeben sich folgende Zwischenergebnisse:

$$\sum_{t=1}^{300} y_t = 1500, \quad \sum_{t=1}^{300} y_t^2 = 97500, \quad \sum_{t=301}^{400} y_t = 860, \quad \sum_{t=301}^{400} y_t^2 = 10000,$$

1. Schätzen Sie β_1 mit Hilfe der KQ-Methode.
2. Bestimmen Sie die für eine EGLS-Schätzung notwendige Matrix $\hat{\Psi}$, wobei $E[ee'] = \sigma_I^2 \Psi$.
3. Gehen Sie nun davon aus, dass $\sigma_I^2 = 2 \cdot \sigma_{II}^2$ gilt. Schätzen Sie β_1 nach der GLS-Methode. Schätzen Sie darüber hinaus σ_I^2 .
4. Bestimmen Sie die Varianz des KQ-Schätzers b , $Var[b] = (X'X)^{-1}(X'\Psi X)(X'X)^{-1}$ sowie die Varianz des GLS-Schätzers $\hat{\beta}$. Zu welcher Varianzschätzung für b_1 gelangen Sie, wenn Sie die Heteroskedastizität von e_t ignorieren.
5. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse aus 4.
6. **Computeraufgabe:** Testen Sie anhand der EVIEWS-Ergebnisse in Abbildung 2 die Annahme der Homoskedastizität der Störgrößen.

Aufgabe 4 (25 Punkte)

Gegeben sei ein lineares Regressionsmodell

$$y_t = x_{t1}\beta_1 + x_{t2}\beta_2 + e_t. \quad (1)$$

Es wird vermutet, dass die Residuen einem AR(1)-Prozess folgen, d.h. $e_t = \rho e_{t-1} + v_t$.

1. Welche Bedingungen müssen für den Durbin-Watson Test erfüllt sein?
2. Nehmen Sie an, eine KQ-Schätzung des Modells (??) mit $T = 20$ Beobachtungen ergibt

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^T \hat{e}_t \hat{e}_{t-1}}{\sum_{t=2}^T \hat{e}_t^2} = 0.5, \quad \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2 = 50, \quad \hat{e}_1^2 = 1, \quad \hat{e}_T^2 = 2.$$

Geben Sie den exakten Wert der Durbin-Watson Statistik an, und testen Sie damit auf Autokorrelation in den Residuen.

3. Welche Eigenschaften hat der KQ-Schätzer für β in Modell (??), wenn Autokorrelation vorliegt?
4. Eine EGLS-Schätzung von (??) mit $\hat{\rho} = 0.5$ ergibt $\hat{\beta}_1 = 2$ und $\hat{\beta}_2 = 0.7$. Weiterhin wird

$$\hat{e}_T = y_T - [1, x_{T2}] \hat{\beta} = 1.5$$

beobachtet. Berechnen Sie die beste, unverzerrte Prognose für y_{T+1} . Nehmen Sie dazu $x_{T+1} = [1, 10]$ an.

5. **Computeraufgabe:** Benutzen Sie die EVIEWS-Ergebnisse ... für die folgenden Aufgaben.
 - (a) Testen Sie auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass die Modellresiduen unkorreliert sind.
 - (b) Schätzen Sie den Autokorrelationskoeffizienten ρ mit Hilfe der Angaben aus Abbildung ...