

2. Klausur

Lehrstuhl für Ökonometrie
2002

Name:
Matr.Nr.:

Klausur "Einführung in die Ökonometrie"

Aufgabe 1 (25 Punkte)

Eine Konsumfunktion für Deutschland soll mit Hilfe eines linearen Regressionsmodells geschätzt werden.

$$y_t = x_{t1}\beta_1 + x_{t2}\beta_2 + e_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

Dabei ist,

- y_t : logarithmierter privater Verbrauch (in Billionen DM)
- x_{t1} : nimmt in allen Perioden den Wert 1 an
- x_{t2} : logarithmiertes Bruttoinlandsprodukt (in Billionen DM)

Um das Regressionsmodell zu schätzen, stehen Jahresdaten von 1981 bis 2000 zur Verfügung.

1. Bestimmen Sie mit Hilfe der folgenden Informationen den KQ-Schätzer b , und interpretieren Sie den geschätzten Koeffizienten b_2 .

$$\sum x_{t2} = 31, \quad \sum x_{t2}^2 = 60, \quad \sum y_t = 26, \quad \sum x_{t2}y_t = 50, \quad \sum y_t^2 = 42$$

2. Schätzen Sie die Varianz des Störterms e_t .
3. Berechnen Sie für das geschätzte Regressionsmodell das Bestimmtheitsmaß und interpretieren Sie es.
4. Wann und warum berücksichtigt man das bereinigte Bestimmtheitsmaß \bar{R}^2 ?
5. Vergleichen Sie die Eigenschaften der Kleinsten-Quadrate (KQ)- und der Maximum-Likelihood (ML)-Schätzer für β im linearen Regressionsmodell? Welche Annahmen müssen Sie für e_t und X treffen, um die ML-Methode verwenden zu können?

Aufgabe 2 (25 Punkte)

Die Wachstumsrate der realen Geldmenge M3 in Deutschland soll mit einem linearen Regressionsmodell erklärt werden. In Abbildung 1 sehen Sie für Quartalsdaten von 1981:4-1997.4 Ergebnisse aus EVIEWS für dieses Modell. Alle Variablen sind in Dezimalnotation erfasst, d.h. 5% entspricht 0.05. Die Variablen sind wie folgt definiert:

DM3: Wachstumsrate der realen Geldmenge M3
DY: Wachstumsrate des realen Bruttoinlandsproduktes
INFL: Inflationsrate (vierteljährlich)
RL: Langfristiger Zinssatz
RM : Zinssatz für Bestandteile von M3

1. Testen Sie die Nullhypothese $H_0 : \beta_{DY} = 1$ gegen $H_1 : \beta_{DY} \neq 1$ auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.10$. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis aus ökonomischer Sicht.
2. Bestimmen Sie, ob alle Variablen ausser der Konstanten gemeinsam einen signifikanten Einfluss auf die Wachstumsrate der realen Geldmenge M3 haben. Begründen Sie Ihre Antwort.
3. Überprüfen Sie auf einem Signifikanzniveau von 5% die Hypothese, dass $\beta_{INFL} \leq 0$ ist.
4. Berechnen Sie ein 95% Konfidenzintervall für die Fehlervarianz σ^2 , und testen Sie die Nullhypothese, dass $\sigma^2 = 0.005$ ist ($\alpha = 0.05$).
5. Erstellen Sie eine Prognose für das Quartal 1998:1 unter der Annahme, dass die Wachstumsrate des realen Bruttoinlandsproduktes und der Zinssatz für Bestandteile von M3 jeweils 2%, die Inflationsrate 1% und der langfristige Zinssatz 4% sind.
6. Testen Sie die Nullhypothese, dass $\beta_{RL} = -1$ und $\beta_{RM} = 1$ gilt ($\alpha = 0.05$).

Aufgabe 3 (25 Punkte)

Die Kaffeebar-Kette Starlucks setzt zur Schätzung des Absatzes ihres Trendgetränks *Frachiatto* das folgende lineare Regressionsmodell ein:

$$y_t = \beta_1 + x_t\beta_2 + e_t, \quad t = 1, \dots, 50. \quad (1)$$

Dabei ist

y_t : Absatz in 1000 l von *Frachiatto* in Filiale t

x_t : Preis in US \$ für *Frachiatto* in Filiale t

Die Firmenzentrale hat aus insgesamt 50 Filialen in den USA Preis- und Absatzwerte erhoben. Dabei wurde zwischen 40 Filialen in ländlichen (L) und 10 Filialen in städtischen (S) Regionen unterschieden. Folgende Information steht zur Verfügung:

$$X = \begin{pmatrix} X_L \\ X_S \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_L \\ y_S \end{pmatrix},$$
$$X'_L X_L = \begin{pmatrix} 40 & 200 \\ 200 & 1040 \end{pmatrix}, X'_S X_S = \begin{pmatrix} 10 & 50 \\ 50 & 260 \end{pmatrix}, X'_L y_L = \begin{pmatrix} 32 \\ 120 \end{pmatrix}, X'_S y_S = \begin{pmatrix} 7 \\ 33 \end{pmatrix}$$

Der Starlucks-Ökonometriker nimmt an, dass die Fehlervarianz für Filialen in ländlichen und städtischen Regionen unterschiedlich ist, so dass die Kovarianzmatrix des Fehlervektors die allgemeine Form $E[ee'] = \sigma^2\Psi$ hat.

1. Schätzen Sie das Modell (1) mit der KQ-Methode. Welche Argumente sprechen gegen die Verwendung dieses Schätzers?
2. Nehmen Sie an, dass die Fehlervarianz für ländliche Läden (σ_L^2) viermal größer ist als die Fehlervarianz in städtischen Läden (σ_S^2). Geben Sie die Matrix Ψ für diesen Fall an. Wie sieht die Transformationsmatrix P aus, damit $e^* = Pe$ wieder die Standardannahmen der linearen Regression erfüllt?
3. Schätzen Sie β , in dem Sie die Annahme bezüglich der Fehlervarianzen aus 2. verwenden. Welche Eigenschaften hat der von Ihnen verwendete Schätzer?
4. Nehmen Sie nun an, dass die genaue Beziehung zwischen σ_L^2 und σ_S^2 unbekannt ist. Beschreiben Sie für diesen Fall kurz, wie Sie den Parametervektor β schätzen würden. Berechnen Sie nichts!
5. **Computeraufgabe:** Testen Sie anhand der Eviews-Ergebnisse in Abbildung 2 die Nullhypothese einer homoskedastischen Fehlervarianz für das Modell des Geldmengenwachstums ($\alpha = 0.05$). Nehmen Sie unter der Alternative an, dass die Fehlervarianz für den Zeitraum nach der deutschen Wirtschafts- und Währungsunion (1990:3-1997:4) größer ist.

Aufgabe 4 (25 Punkte)

Bei der Schätzung des linearen Modells der Form

$$y_t = \beta_1 + x_t\beta_2 + e_t \quad t = 1, \dots, 7 \quad (2)$$

ergeben sich die folgenden Residuen:

| | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|----|----|----|----|
| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| \hat{e}_t | 3 | 4 | 2 | -1 | -3 | -1 | -4 |

1. Erläutern Sie kurz das Prinzip und die wesentlichen Schritte des Durbin-Watson-Tests.
2. Testen Sie für das Modell (2) auf einem Signifikanzniveau von 5% die Hypothese, dass die Störgrößen unkorreliert sind. Nehmen Sie unter der Alternative an, dass positive Autokorrelation vorliegt.
3. Nehmen Sie an, dass die Fehlerterme einem Prozess der Form

$$e_t = \rho e_{t-1} + v_t$$

folgen. Schätzen Sie den Autokorrelationskoeffizienten ρ mit Hilfe eines KQ-Schätzers.

4. Geben Sie für das obige Modell (2) eine geschätzte Transformationsmatrix P an, so dass der Vektor der transformierten Residuen $e^* = Pe$ wieder den Standardannahmen des linearen Regressionsmodells genügt.
5. **Computeraufgabe:** Benutzen Sie für die folgenden Aufgaben die Eviews-Ergebnisse für den Zeitraum von 1990:3-1997:4 (untere Tabelle, Abbildung 2).
 - (a) Berechnen Sie aus den Angaben einen Schätzer für den Autokorrelationskoeffizienten ρ . Welche Eigenschaften hat dieser Schätzer?
 - (b) Führen Sie einen Durbin-Watson-Test auf einem Signifikanzniveau von 5% durch. Nehmen Sie unter der Alternative an, dass negative Autokorrelation vorliegt.

LS // Dependent Variable is DM3
 Date: 08/19/02 Time: 17:15
 Sample: 1981:4 1997:4
 Included observations: 65

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| C | 0.024890 | 0.012114 | 2.054674 | 0.0443 |
| DY | 0.794724 | 0.116811 | 6.803504 | 0.0000 |
| INFL | -0.579497 | 0.523393 | -1.107193 | 0.2726 |
| RL | -0.670894 | 0.323859 | -2.071560 | 0.0426 |
| RM | 1.269624 | 0.608833 | 2.085342 | 0.0413 |
| R-squared | 0.453892 | Mean dependent var | | 0.009692 |
| Adjusted R-squared | 0.417484 | S.D. dependent var | | 0.019376 |
| S.E. of regression | 0.014788 | Akaike info criterion | | -8.354021 |
| Sum squared resid | 0.013122 | Schwarz criterion | | -8.186760 |
| Log likelihood | 184.2747 | F-statistic | | 12.46708 |
| Durbin-Watson stat | 2.130086 | Prob(F-statistic) | | 0.000000 |

Coefficient Covariance Matrix

| | C | DY | INFL | RL | RM |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| C | 0.000147 | 0.000271 | 0.000206 | -0.003330 | 0.003658 |
| DY | 0.000271 | 0.013645 | 0.006895 | -0.010836 | 0.014818 |
| INFL | 0.000206 | 0.006895 | 0.273941 | 0.013965 | -0.125129 |
| RL | -0.003330 | -0.010836 | 0.013965 | 0.104885 | -0.168922 |
| RM | 0.003658 | 0.014818 | -0.125129 | -0.168922 | 0.370677 |

Abbildung 1: EVIEWS-Ergebnisse, Teil 1

LS // Dependent Variable is DM3
 Date: 08/19/02 Time: 17:15
 Sample: 1981:4 1990:2
 Included observations: 35

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| C | 0.029176 | 0.006900 | 4.228098 | 0.0002 |
| DY | -0.038185 | 0.079629 | -0.479540 | 0.6350 |
| INFL | -0.746133 | 0.310238 | -2.405034 | 0.0225 |
| RL | -0.421356 | 0.181486 | -2.321703 | 0.0272 |
| RM | 0.541590 | 0.335601 | 1.613791 | 0.1170 |
| R-squared | 0.328380 | Mean dependent var | | 0.007314 |
| Adjusted R-squared | 0.238830 | S.D. dependent var | | 0.006067 |
| S.E. of regression | 0.005293 | Akaike info criterion | | -10.35107 |
| Sum squared resid | 0.000841 | Schwarz criterion | | -10.12888 |
| Log likelihood | 136.4809 | F-statistic | | 3.667023 |
| Durbin-Watson stat | 2.269676 | Prob(F-statistic) | | 0.015122 |

LS // Dependent Variable is DM3
 Date: 08/19/02 Time: 17:16
 Sample: 1990:3 1997:4
 Included observations: 30

| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------|
| C | 0.040906 | 0.020415 | 2.003751 | 0.0560 |
| DY | 1.174198 | 0.176933 | 6.636390 | 0.0000 |
| INFL | 0.211581 | 0.940345 | 0.225004 | 0.8238 |
| RL | -1.110713 | 0.507430 | -2.188899 | 0.0382 |
| RM | 1.657617 | 1.018732 | 1.627137 | 0.1162 |
| R-squared | 0.676433 | Mean dependent var | | 0.012467 |
| Adjusted R-squared | 0.624663 | S.D. dependent var | | 0.027760 |
| S.E. of regression | 0.017007 | Akaike info criterion | | -7.997256 |
| Sum squared resid | 0.007231 | Schwarz criterion | | -7.763723 |
| Log likelihood | 82.39069 | F-statistic | | 13.06595 |
| Durbin-Watson stat | 2.143645 | Prob(F-statistic) | | 0.000007 |

Abbildung 2: EVIEWS-Ergebnisse, Teil 2