

## 1. Klausur

Lehrstuhl für Ökonometrie  
2001

Name: .....  
Matr.Nr.: .....

### Klausur "Einführung in die Ökonometrie"

#### Aufgabe 1 (25 Punkte)

Mit Hilfe von Jahresdaten aus den Jahren 1991 bis 2000 soll die Konsumfunktion

$$y_t = x_{t1}\beta_1 + x_{t2}\beta_2 + e_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

geschätzt werden. Dabei ist

- $y_t$ : logarithmierte Konsumausgaben der privaten Haushalte
- $x_{t1}$ : nimmt in allen Perioden den Wert 1 an.
- $x_{t2}$ : logarithmiertes, verfügbares Einkommen der privaten Haushalte

Es wurden folgende Werte beobachtet:

$$\sum x_{t2} = 15, \quad \sum x_{t2}^2 = 27.5, \quad \sum y_t = 30.5, \quad \sum y_t x_{t2} = 49.25, \quad \sum y_t^2 = 97.475.$$

1. Welche Annahmen treffen Sie über die Störgrößen  $e_t$ ? Welche Konsequenzen ergeben sich für die KQ-Schätzung, wenn diese Annahmen verletzt sind?
2. Schätzen Sie die Koeffizienten  $\beta_1$  und  $\beta_2$  mit der KQ-Methode und vergleichen Sie den Schätzwert von  $\beta_2$  mit der Schätzung von  $\gamma$ , die sich ergibt, wenn Sie das Modell ohne Konstante ( $y_t = x_{t2}\gamma + e_t$ ) schätzen.
3. Wie interpretieren Sie den geschätzten Koeffizienten  $b_2$ ?
4. Schätzen Sie die Varianz des Störterms  $e_t$ .
5. Schätzen Sie  $\hat{\Sigma}_b$ , d.h. die Kovarianzmatrix für  $b$ . Was sagt eine negative Kovarianz zwischen  $b_1$  und  $b_2$  über die Schätzungen aus?
6. Berechnen und interpretieren Sie das Bestimmtheitsmaß  $R^2$ .

7. **Computeraufgabe:** In Abbildung 1 sehen Sie Regressionsergebnisse aus EViews. Die Variablen sind wie folgt definiert:

XC: Wachstumsrate der Exporte aus den USA nach Kanada

CI: Wachstumsrate der Industrieproduktion in Kanada

UI: Wachstumsrate der Industrieproduktion in den USA

TT: Terms of Trade:  $\ln\left(\frac{P^{CAN}}{P^{USA}}\right)$ , wobei  $P^{CAN}$  ein Preisindex für kanadische Güter und  $P^{USA}$  ein Preisindex für amerikanische Güter ist.

(a) Geben Sie die geschätzte Fehlervarianz  $\hat{\sigma}^2$  an.

(b) Wie ändert sich die Wachstumsrate der Exporte, wenn der Preisindex in den U.S.A. um ein Prozent steigt?

## Aufgabe 2 (25 Punkte)

In Abbildung 1 sehen Sie Regressionsergebnisse aus EViews. Die Variablen sind wie in Aufgabe 1 definiert.

Beantworten Sie folgende Fragen und begründen Sie jeweils Ihre Antworten.

1. Von welchen Einflussfaktoren wird die Wachstumsrate der Exporte von USA nach Kanada signifikant beeinflusst. Als Signifikanzniveau sei  $\alpha = 0.1$  vorgegeben. Ändern sich Ihre Schlussfolgerungen, falls das Signifikanzniveau auf  $\alpha = 0.01$  abgesenkt wird?
2. Zu welchem Signifikanzniveau ist die Wachstumsrate der kanadischen Industrieproduktion gerade noch signifikant?
3. Bestimmen Sie das Konfidenzniveau des Konfidenzintervalls für den Koeffizienten von CI, so dass der Wert 0 gerade noch enthalten ist. Liegt der Wert 1 in diesem Konfidenzintervall?
4. Welche Annahmen müssen Sie treffen, damit die in 1. bis 3. durchgeführten Tests und berechneten Konfidenzintervalle korrekt sind?
5. Ein kanadischer Volkswirt behauptet, dass die Wachstumsraten der kanadischen und US-amerikanischen Industrieproduktion einen gleich hohen Einfluss auf die Wachstumsrate der Exporte haben. Überprüfen Sie die Aussage auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0.05$ .
6. Prognostizieren Sie die Wachstumsrate der Exporte für den Fall, dass die Industrieproduktion weder in den USA noch Kanada wächst und die Terms of Trade  $P^{CAN}/P^{USA}$  gerade Eins sind. Berechnen Sie außerdem die Prognosefehlervarianz.

## Aufgabe 3 (25 Punkte)

Eine namentlich hier nicht genannte Schülerin vermutet, dass ihr Taschengeld maßgeblich von der Anzahl ihrer Geschwister abhängt. Sie befragt insgesamt 6 ihrer Mitschüler bzw. Mitschülerinnen und erstellt die folgende Tabelle:

$t$	1	2	3	4	5	6	7
$x_t$	1	1	2	2	3	4	4
$y_t$	36	32	18	32	27	36	16

Dabei bezeichnet  $x_t$  die Anzahl der Kinder im Haushalt  $t$  und  $y_t$  ist das zugehörige Taschengeld. Zur Erklärung der Taschengeldeinnahmen hält die Schülerin das folgende Modell für geeignet:

$$y_t = \beta_1 + x_t\beta_2 + e_t, \quad e_t \sim N(0, x_t^2\sigma^2), \quad E[e_t e_s] = 0, \quad t \neq s. \quad (2)$$

1. Schätzen Sie die Parameter  $\beta_1$  und  $\beta_2$  effizient.
2. Handelt es sich bei diesem Schätzer um einen GLS oder EGLS Schätzer? Ist der Schätzer BLUE? Begründen Sie jeweils **kurz** Ihre Auffassung.
3. Anhand der vorangegangenen Schätzung erhält die Schülerin die folgenden Residuen  $\hat{e}_t = y_t - \hat{\beta}_1 - x_t\hat{\beta}_2$ :

$t$	1	2	3	4	5	6	7
$\hat{e}_t$	2.7	-1.3	-11.3	2.7	1.7	10.7	-5.2

Schätzen Sie die Varianz  $\sigma^2$  mit Hilfe eines erwartungstreuen Schätzers.

4. Mit welchem Taschengeld muss gemäß Ihrer Schätzung ein Schüler rechnen, der insgesamt drei Geschwister hat. Nennen Sie vier verschiedene Faktoren, die in diesem Fall die Breite eines Prognoseintervalles beeinflussen.
5. **Computeraufgabe:** Testen Sie anhand der beigefügten Computerausdrucke (Abbildung 2) die Nullhypothese einer homoskedastischen Fehlervarianz für die Erklärung der US Exporte nach Kanada. Unter der Alternativhypothese sei angenommen, dass die Fehlervarianz im ersten Teil der Stichprobe ( $t = 1, \dots, T/2$ ) kleiner ist als im zweiten Teil ( $t = T/2 + 1, \dots, T$ ). (*Hinweis:* Der 95% kritische Wert einer geeigneten  $F$ -Verteilung ist 1.24).

#### Aufgabe 4 (25 Punkte)

In einem linearen Regressionsmodell

$$y_t = \beta_1 + x_{t2}\beta_2 + e_t \quad (3)$$

liegt Autokorrelation 1. Ordnung vor, d.h.  $e_t = \rho e_{t-1} + v_t$ .

1. Welche Annahmen treffen Sie über den Störterm  $v_t$  ?
2. Schätzen Sie  $\rho$  mit Hilfe der KQ-Methode. Nutzen Sie dafür folgende Angaben:

$$\sum_{t=2}^T \hat{e}_t \hat{e}_{t-1} = 21.6, \quad \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2 = 40, \quad \hat{e}_T^2 = 4, \quad \hat{e}_1^2 = 4.$$

3. Erläutern Sie die Schätzung des Modells (3) für den Fall, dass  $\rho$  unbekannt ist.
4. Erläutern Sie kurz das Prinzip des Durbin-Watson Tests auf positive Autokorrelation. Wie ändert sich die Teststatistik, wenn Sie auf negative Autokorrelation testen?
5. **Computeraufgabe:** Benutzen Sie die EVIEWS-Ergebnisse für den Zeitraum 1980.11 bis 2000.7 (siehe Abbildung 2) für die folgenden Aufgaben.
  - (a) Schätzen Sie  $\rho$  mit Hilfe der Durbin-Watson Teststatistik.
  - (b) Testen Sie auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0.05$  für die Modellresiduen

$$e_t = \rho e_{t-1} + v_t$$

die Hypothese  $H_0 : \rho = 0$  gegen die Alternative  $H_1 : \rho < 0$  (!).

LS // Dependent Variable is XC  
 Date: 07/31/01 Time: 15:18  
 Sample(adjusted): 1961:02 2000:07  
 Included observations: 474 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.005406	0.002983	1.812517	0.0705
CI	0.494289	0.267139	1.850306	0.0649
UI	1.105971	0.226018	4.893288	0.0000
TT	2.024079	0.811645	2.493798	0.0130
R-squared	0.088255	Mean dependent var		0.004415
Adjusted R-squared	0.082436	S.D. dependent var		0.067625
S.E. of regression	0.064778	Akaike info criterion		-5.465189
Sum squared resid	1.972182	Schwarz criterion		-5.430074
Log likelihood	626.6730	F-statistic		15.16507
Durbin-Watson stat	2.757507	Prob(F-statistic)		0.000000

Coefficient Covariance Matrix

	C	CI	UI	TT
C	8.90E-06	3.00E-05	2.29E-05	-3.61E-05
CI	3.00E-05	0.071363	-0.023419	0.066563
UI	2.29E-05	-0.023419	0.051084	-0.027507
TT	-3.61E-05	0.066563	-0.027507	0.658768

Abbildung 1: EViews-Ergebnisse, Teil 1

LS // Dependent Variable is XC  
 Date: 07/31/01 Time: 15:19  
 Sample(adjusted): 1961:02 1980:10  
 Included observations: 237 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.006093	0.004090	1.489824	0.1376
CI	-0.121214	0.348218	-0.348099	0.7281
UI	0.942378	0.258394	3.647064	0.0003
TT	1.718159	0.977925	1.756943	0.0802
R-squared	0.080232	Mean dependent var		0.005300
Adjusted R-squared	0.068389	S.D. dependent var		0.065104
S.E. of regression	0.062838	Akaike info criterion		-5.517649
Sum squared resid	0.920035	Schwarz criterion		-5.459116
Log likelihood	321.5530	F-statistic		6.774872
Durbin-Watson stat	2.725090	Prob(F-statistic)		0.000213

LS // Dependent Variable is XC  
 Date: 07/31/01 Time: 15:20  
 Sample(adjusted): 1980:11 2000:07  
 Included observations: 237 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.005233	0.004249	1.231386	0.2194
CI	1.202545	0.403084	2.983364	0.0032
UI	1.913422	0.445775	4.292348	0.0000
TT	2.717742	1.388620	1.957154	0.0515
R-squared	0.148943	Mean dependent var		0.003531
Adjusted R-squared	0.137986	S.D. dependent var		0.070182
S.E. of regression	0.065160	Akaike info criterion		-5.445073
Sum squared resid	0.989290	Schwarz criterion		-5.386540
Log likelihood	312.9527	F-statistic		13.59244
Durbin-Watson stat	2.746583	Prob(F-statistic)		0.000000

Abbildung 2: EViews-Ergebnisse, Teil 2