

## Vorlesung Wirtschaftsgeschichte

- Kapitel 1: Historische Demographie
- Bevölkerungsentwicklung seit 1817
- Geburten
- Sterbefälle
- Wanderung

1 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Vorlesung Wirtschaftsgeschichte

- Kapitel 1: Historische Demographie
- Was jede(r) noch kennt:
- Bevölkerungs“pyramiden“

2 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Vorlesung Wirtschaftsgeschichte

- Kapitel 1: Historische Demographie
- Bevölkerungspyramiden:
- Bevölkerung nach Altersklassen
- Bevölkerung nach Geschlecht

3 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Vorlesung Wirtschaftsgeschichte

- Bevölkerungspyramiden: stationäre vormoderne Bevölkerung
- Hohe Säuglings- und Kindersterblichkeit
- Geringere Erwachsenensterblichkeit

4 von 80

---

---

---

---

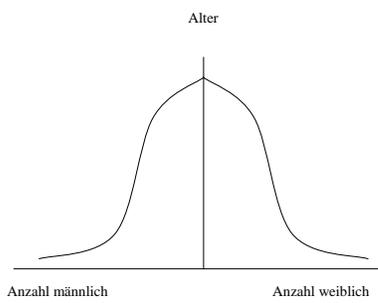
---

---

---

---

### Stationäre vormoderne Bevölkerung



5 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Vorlesung Wirtschaftsgeschichte

- Bevölkerungspyramiden: wachsende Bevölkerung
- verringerte Säuglingssterblichkeit
- Niedrige Altersklassen stark besetzt, Bevölkerung ist „jung“

6 von 80

---

---

---

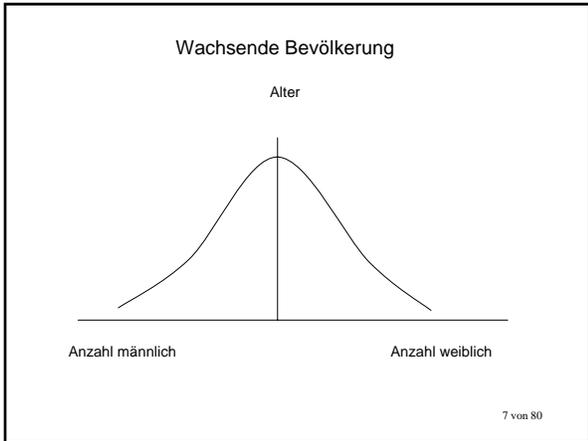
---

---

---

---

---




---

---

---

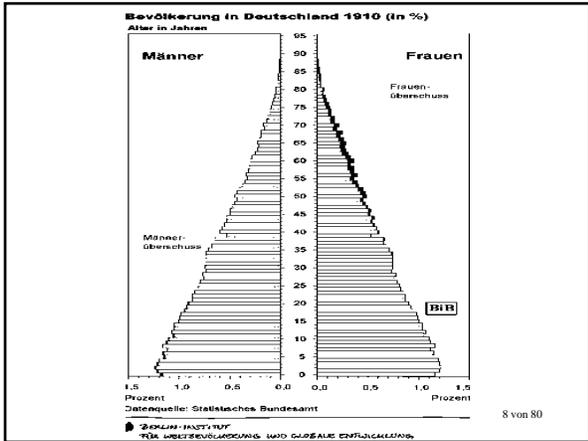
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

## Vorlesung Wirtschaftsgeschichte

- Bevölkerungspyramiden: schrumpfende Bevölkerung
- stark verringerte Geburtenziffern
- Niedrige Altersklassen gering besetzt
- Mittlere und hohe Altersklassen stark besetzt, Bevölkerung „altert“

9 von 80

---

---

---

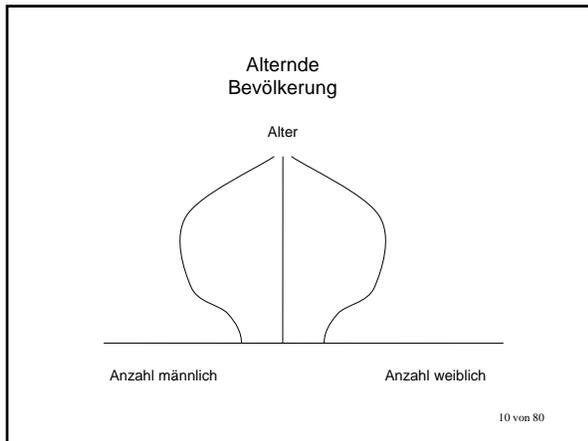
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

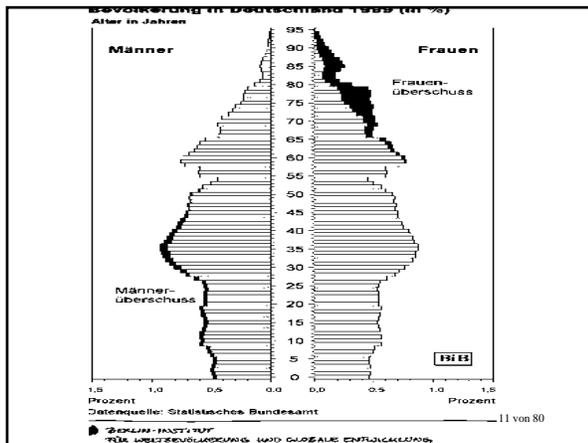
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

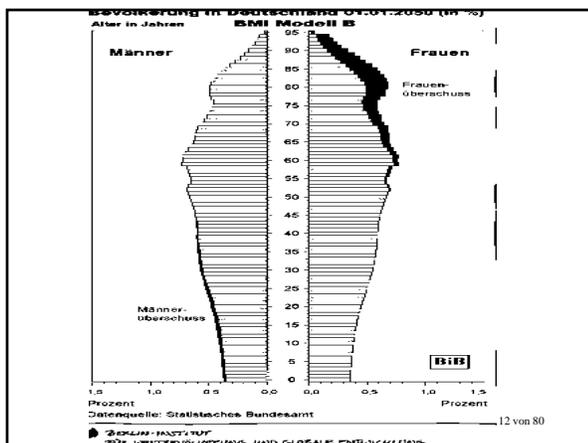
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Vorlesung Wirtschaftsgeschichte

- Bevölkerungspyramiden sind Momentaufnahme zu einem Zeitpunkt  $t$ : schwankende Besetzung der Altersklassen je nach Wahl des Zeitpunkts („Periodenanalyse“)
- Alternative: Verfolge eine Generation im Zeitablauf („Kohortenanalyse“)

13 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Vorlesung Wirtschaftsgeschichte

- Kohorten- vs. Periodenanalyse:
- Lexis-Diagramm
  
- Periodenanalyse: senkrechter Schnitt
  
- Kohortenanalyse: Diagonalschnitt  $45^\circ$

14 von 80

---

---

---

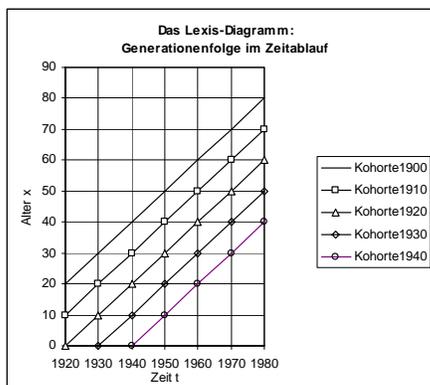
---

---

---

---

---



15 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Vorlesung Wirtschaftsgeschichte

- Besetzung der Altersklassen im Zeitpunkt  $t$
- „Periodensterbetafel“: Bevölkerungspyramide, Altersaufbau der Bevölkerung
- Besetzung der Altersklassen für Kohorte  $s$ :
- „Kohortensterbetafel“: Absterbeordnung für die Mitglieder eines Altersjahrgangs

16 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Vorlesung Wirtschaftsgeschichte

- Absterbeordnung gibt Überlebens- bzw. Sterbewahrscheinlichkeiten an
- Periodensterbetafel verzerrt diese Wahrscheinlichkeiten
- Beispiel: schrumpfende Bevölkerung!
  
- --> Trennung von Fertilitäts- und Mortalitätsuntersuchung

17 von 80

---

---

---

---

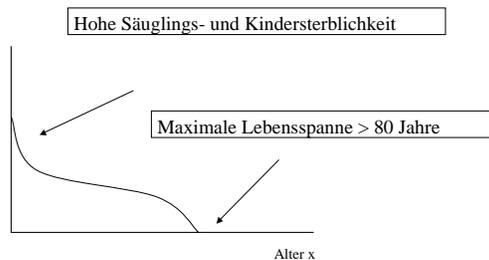
---

---

---

---

Kohortensterbetafel  
(einer vormodernen Bevölkerung)



18 von 80

---

---

---

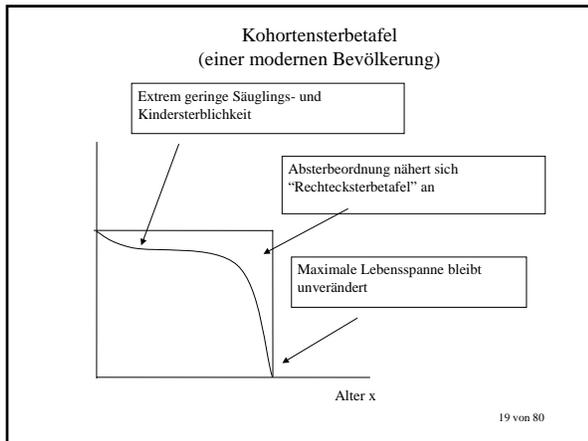
---

---

---

---

---




---

---

---

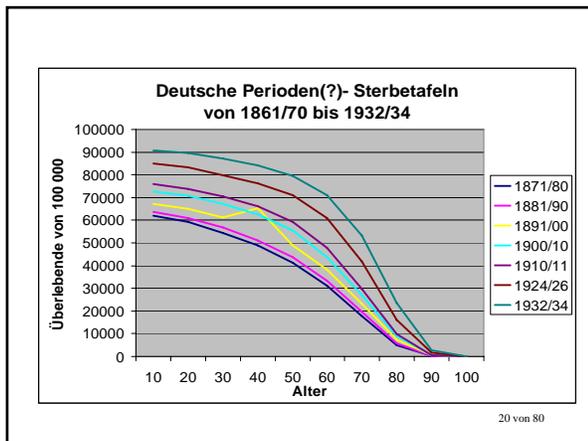
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

### Sterbetafel einer Kohorte K

- Beginnt auf der Senkrechten beim Wert 1
- Werte auf der Kurve geben den Anteil der Überlebenden bis zum Alter x an
- Man bezeichnet diesen Anteil als

$$l(x), x=1, \dots, 100$$

- Überlebenswahrscheinlichkeit bis Alter x

21 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Sterbetafel einer Kohorte K

Definition  $l(x)$ :

„Die Wahrscheinlichkeit eines lebend  
Neugeborenen, das Alter  $x$  zu erreichen,  
heißt Überlebenswahrscheinlichkeit bis  
zum Alter  $x$ “

22 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Wahrscheinlichkeitsbegriff

- Sei  $P(X)$  die *Wahrscheinlichkeit* für den Eintritt von Ereignis  $X$ .
- Es gilt immer:  $0 \leq P(X) \leq 1$ .
- In großen statistischen Massen (z.B. dt. Bevölkerung) kann die
  - *Wahrscheinlichkeit* für ein Ereignis durch die
  - *relative Häufigkeit* seines Eintretens gemessen werden (Gesetz der großen Zahl)

23 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Binäre Ereignisse

- Gegeben seien (nur) zwei einander ausschliessende Ereignisse  $X$  und  $Y$ .
- Es gilt dann:

$$P(X) + P(Y) = 1$$

$\Rightarrow$

$$P(Y) = 1 - P(X)$$

24 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Überlebenswahrscheinlichkeit

Welche Werte kann  $l(x)$  annehmen?

$$x = 0, \quad l(0) = 1 \quad (\text{nur Lebendgeborene})$$

$$x = 101, \quad l(101) = 0 \quad (\text{wir ignorieren Queen Mother})$$

25 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Überlebenswahrscheinlichkeit

Wie hoch ist die Sterbewahrscheinlichkeit  $d(x)$  eines Neugeborenen bis zum Alter  $x$ ?

- Zwei einander ausschließende Ereignisse:
  - Überleben bis zum Alter  $x$
  - Tod bis zum Alter  $x$

$$l(x) + d(x) = 1$$

$\Rightarrow$

$$d(x) = 1 - l(x)$$

26 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Sterbewahrscheinlichkeit bis Alter $x$

Welche Werte kann  $d(x)$  annehmen?

$$x = 0, \quad d(0) = 0 \quad (\text{nur Lebendgeborene})$$

$$x = 101, \quad d(101) = 1 \quad (\text{wir ignorieren Queen Mother})$$

Achtung:  $d(x)$  ist ein in der Demographie unübliches Maß (warum?). Wir haben es nur zur Veranschaulichung so genannt.

27 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Überlebenswahrscheinlichkeit

Überlebenswahrscheinlichkeit wird mit zunehmendem Alter geringer.

Es gilt immer:

$$l(x+1) \leq l(x), x = 1, \dots, 100$$

28 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Überlebenswahrscheinlichkeit

Aufgabe: Ermittle Wahrscheinlichkeit einer 20jährigen der Kohorte  $K$ , das 21. Lebensjahr zu erreichen.

Bemerkung: Man bezeichnet dies als „einperiodige“ Überlebenswahrscheinlichkeit im Unterschied zur  $l(x)$ .

29 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Lösung der Aufgabe

$$l(21) = \frac{\text{Zahl der 21-jährigen}_K}{\text{Zahl der Neugeborenen}_K}$$

$$l(20) = \frac{\text{Zahl der 20-jährigen}_K}{\text{Zahl der Neugeborenen}_K}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\text{Zahl der 21-jährigen}_K}{\text{Zahl der 20-jährigen}_K} = \frac{l(21)}{l(20)}$$

30 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Aufgabe

Sei  $m_{x,x+1}$  die Sterbewahrscheinlichkeit zwischen Alter  $x$  und Alter  $x+1$ .

Setze dies zur Überlebenswahrscheinlichkeit  $l(x)$  in Beziehung.

Achtung:  $m$  ist das in der Demographie übliche Maß zur Mortalitätsmessung (warum?)

31 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Lösung der Aufgabe:

Beispiel der 20jährigen:

„einperiodige“ Ü-wahrscheinlichkeit vom Alter  $x=20$  zum Alter  $x=21$  ist gleich:

$$1 - m_{20,21} = \frac{l(21)}{l(20)}$$

32 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Lebenserwartung

$e_z$  Maß für die zu erwartende Lebensdauer einer/eines  $z$ -jährigen

- Summe aller (weiteren) Lebensjahre  $x = z, \dots, 100$
- gewichtet mit Ü-wahrscheinlichkeiten  $l(z), \dots, l(100)$

33 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Lebenserwartung bei der Geburt

$$e_0 = 1 \cdot l(1) + 1 \cdot l(2) + \dots + 1 \cdot l(100)$$

Ü-wahrscheinlichkeiten

Lebensjahre von 1 bis 100

$$= \sum_{x=1}^{100} l(x)$$

34 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Lebenserwartung bei der Geburt

Dtld.	m	w	49 LeastDCs zum Vergleich, 1990er
1871/80	35,6	38,5	(Sierra Leone, <i>heutiges Minimum</i> )
1881/90	37,1	40,3	(Liberia, Malawi, Ruanda, Uganda)
1901/10	44,8	48,3	(Afghanistan, Angola, Niger)
1924/26	56,0	58,8	(Sudan, Bangladesh, Madagaskar)
1932/34	59,9	62,8	(Malediven, Myanmar/Burma)
1997/99	74,8	80,6	

(Unctad, Statistical Profile of the Least Developed Countries, 2001)

35 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Lebenserwartung bei der Geburt

Preussen	m	w
1816/60	26,5	28,7
1865/67	32,5	34,9

36 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Lebenserwartung bei der Geburt

- In Preussen vor 1870 schlechter als in irgendeinem Entwicklungsland heute
- Vor dem 1. Weltkrieg am unteren Rand der heutigen 49 LDCs
- Vor dem 2. Weltkrieg im oberen Mittelfeld der heutigen 49 LDCs

37 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die fernere Lebenserwartung $e_x$

- Einperiodige  $\ddot{U}$ -Wahrscheinlichkeit eines 5-jährigen Kinds:

$$1 - m_{5,6} = \frac{l(6)}{l(5)}$$

38 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die fernere Lebenserwartung $e_x$

- Durchschnittliche zukünftige Lebensjahre eines 5-jährigen Kinds:

$$\frac{1 \cdot l(6)}{l(5)} + \frac{1 \cdot l(7)}{l(5)} + \dots + \frac{1 \cdot l(100)}{l(5)}$$

$$= \frac{\sum_{x=6}^{100} l(x)}{l(5)} \equiv e_5$$

39 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die fernere Lebenserwartung $e_x$

- Keine monotone Beziehung zwischen fernerer Lebenserwartung in aufeinanderfolgenden Altersstufen
- Hohe Säuglingssterblichkeit: meist liegen  $e_{10}$ ,  $e_5$  und  $e_1$  weit oberhalb von  $e_0$

40 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die fernere Lebenserwartung $e_x$

		$e_0$		$e_5$	
		m	w	m	w
Preussen	1816/60	26,5	28,7	42,1	43,0
	1865/67	32,5	34,9	45,7	47,5
Dtld.	1871/80	35,6	38,5		
	1881/90	37,1	40,3		
	1901/10	44,8	48,3	55,2	57,3
	1924/26	56,0	58,8	60,1	61,6
	1932/34	59,9	62,8	61,7	63,6
	1997/99	74,8	80,6	69,9	76,0

41 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die fernere Lebenserwartung $e_x$

Warum? Ein Beispiel. Sei:

- $l(1) = \dots = l(4) = 1$ , (alle erleben das 4. Lebensjahr)  
 $l(5) = 1/2$ , (nur die Hälfte erlebt das 5. Lebensjahr)  
 $m_{5,6} = \dots = m_{99,100} = 0$ , (alle 5jährigen werden 100 Jahre alt)  
 $m_{100,101} = 1$  (allen noch Überlebenden sterben im 101. Lj.)

42 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die fernere Lebenserwartung $e_x$

Wenn niemand zwischen dem 5. und dem 100. Lebensjahr stirbt, gilt:

$$\begin{aligned}
 l(1) = \dots = l(4) &= 1, && \text{(alle erleben das 4. Lebensjahr)} \\
 l(5) &= 1/2, && \text{(nur die Hälfte erlebt das 5. Lebensjahr)} \\
 l(100) = l(99) = \dots = l(5), &&& \text{(alle 5jährigen werden 100 Jahre alt)} \\
 l(101) &= 0 && \text{(alle noch Überlebenden sterben im 101. Lj)}
 \end{aligned}$$

43 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Beispiel (Fortsetzung)

- Schritt 1: Bestimme die fernere Lebenserwartung eines 5jährigen,  $e_5$ :

$$e_5 = \underbrace{\frac{l_6}{l_5} + \frac{l_7}{l_5} + \dots + \frac{l_{100}}{l_5}}_{\substack{\text{Wahrscheinl.} \\ \text{des 5jährigen, das} \\ \text{6. Lebensjahr zu} \\ \text{erreichen}}} + \underbrace{\frac{l_{101}}{l_5}}_{\substack{=0 \\ \text{lt. Annahme}}} = 95$$

alle für einen 5jährigen noch bevorstehenden Lebensjahre, gewichtet mit dem Anteil der 5jährigen, der das jeweilige Alter auch wirklich erreicht

44 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Beispiel (Fortsetzung)

- Schritt 2: Nun schauen wir, ob die Lebenserwartung bei der Geburt genauso hoch ist oder niedriger:

$$\begin{aligned}
 e_0 &= \sum_{x=1}^{100} l(x) = \sum_{x=1}^5 l(x) + l(5) \cdot e_5 = 52 \\
 e_0 &= 4 \cdot 1 + 1/2 \cdot 1 + 1/2 \cdot 95 = 52
 \end{aligned}$$

Ergebnis: Im Beispiel ist die Lebenserwartung bei der Geburt kaum mehr als halb so hoch wie im Alter von 5 Jahren

45 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Die fernere Lebenserwartung $e_{65}$

- Bei Einführung von Bismarcks Rentenversicherung?
- Heute?

46 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

### Die fernere Lebenserwartung $e_{65}$

	<b>m</b>	<b>w</b>
<b>1871/80</b>	<b>9,6</b>	<b>10</b>
<b>1932/34</b>	<b>11,9</b>	<b>12,6</b>
<b>1997/99</b>	<b>15,4</b>	<b>19,1</b>
<b>97/99 (<math>e_{70}</math>)</b>	<b>12,1</b>	<b>15,1</b>

47 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

### Die fernere Lebenserwartung $e_{65}$

- Lebenserwartung der 70jährigen heute höher als der 65jährigen um 1880
- Leistung der Rentenversicherung in Altersjahren wie zum Beginn des Bismarckschen Systems würden Anhebung des Rentenalters auf über 70 Jahre erfordern

48 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## „Fertilität“: Die Geburtenrate

Kompliziertes Feld der Demographie

Altersstruktur der Mütterbevölkerung

Zeitprofil der Geburten

Unterscheidung nach „Parität“ der Kinder: 1., 2., 3. etc. Kind

Müttersterblichkeit

49 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die Geburtenrate

Ohne Altersbereinigung:

- Rohe Geburtenrate CBR im Jahr  $t$   
(Crude **B**irth **R**ate)

$$CBR_t = \frac{\text{Geburten } B_t}{\text{Bevölkerung } P_t}$$

50 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die rohe Geburtenrate CBR

zum Vergleich 1998:

<b>1881/90</b>	<b>36,8</b>	(Nicaragua, Saudi-Arabien, Syrien, Ruanda)
<b>1913</b>	<b>27,5</b>	(Tadschikistan, Peru, Bangladesh, Ägypten)
<b>1926/30</b>	<b>18,4</b>	(Ver. Arab. Emir., Sri Lanka)
<b>1931/35</b>	<b>16,5</b>	(VR China, Thailand, Mazedonien)
<b>1936/40</b>	<b>17,3</b>	(Nordkorea)
<b>1996</b>	<b>10,5</b>	(Ukraine, Rußland)

51 von 80

---

---

---

---

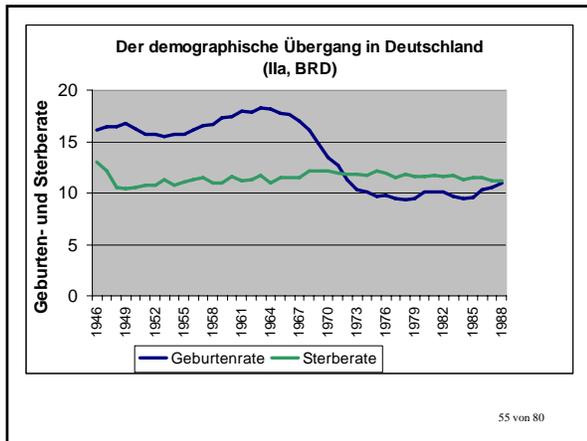
---

---

---

---






---

---

---

---

---

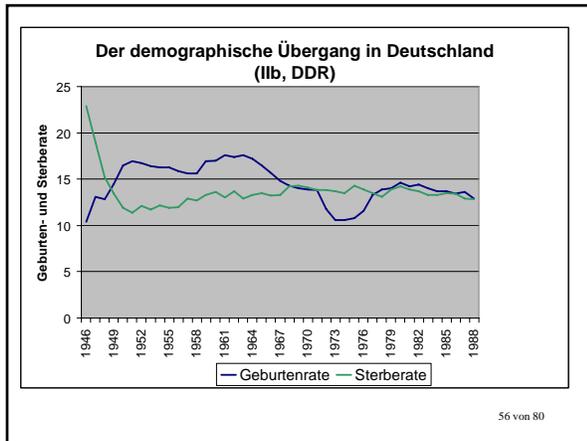
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Die altersspezifische Geburtenrate

Geburtenhäufigkeit der Frauen des Alters  $x$

- Altersspezifische Fruchtbarkeitsrate

$$\mu_{x,t} = \frac{\text{Geburten bei Frauen des Alters } x}{\text{Anzahl der Frauen des Alters } x} = \frac{B_{x,t}}{P_{x,t}^{(w)}}$$

57 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die altersspezifische Geburtenrate

Zusammengefasste Fruchtbarkeitsziffer  
TFR

zum Zeitpunkt  $t$  (**T**otal **F**ertility **R**ate)

$$TFR_t = \sum_{x=15}^{45} \mu_{x,t}$$

58 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die altersspezifische Geburtenrate

- TFR ist ein Periodenmaß zum Zeitpunkt  $t$
- Summe der altersspezifischen Fruchtbarkeitsziffern zum Zeitpunkt  $t$

59 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die altersspezifische Geburtenrate

Zusammengefasste Fruchtbarkeitsziffer  
CFR der Kohorte  $K$  (**C**ohort **F**ertility **R**ate  
oder **C**ompleted **F**ertility **R**ate)

$$CFR_K = \sum_{x=15}^{45} \mu_{x,K}$$

60 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die altersspezifische Geburtenrate

- CFR ist ein Kohortenmaß für Generation  $K$
- Summe der altersspezifischen Fruchtbarkeitsziffern der Frauen des gleichen Altersjahrgangs bzw. Geburtsjahrs  $K$

61 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Hat die Geburtenpolitik des 3. Reichs etwas gebracht?

	CBR	TFR	Gen.abst.	Geburtsj.	CFR
1925	20,7	2,12	30	1895	2,26
1930	17,5	1,93	30	1900	2,11
1933	14,7	1,70	30	1903	2,02
1934	18,0	2,10	30	1904	2,00
1935	18,9	2,04	29,7	1905	1,97
1936	19,0	2,04	29,7	1906	1,95
1937	18,8	2,02	29,5	1908	1,95
1938	19,6	2,35	29,4	1909	1,96
1939	20,4	2,44	28,8	1910	1,94

62 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Perioden-vs. Kohortenmaße !

- Geburten stiegen im Dritten Reich an
- Propagandaeffekt!
- Aber: Verschiebung
- WWK: Geburtenverschiebung
- kumulierte altersspezifische F-raten bleiben gleich / sinken sogar leicht

63 von 80

---

---

---

---

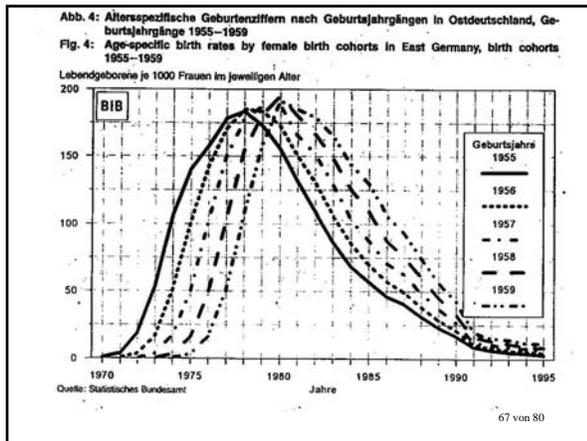
---

---

---

---






---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Altersspezifische Geburtenraten (DDR-Kohorten 1955-59)

- Maxima vorverlegt von 23 auf 21 (!) Jahre
- Höhe der Maxima unverändert bei 180 Kindern pro 100 Frauen

(d.h. Fast durchschnittlich jede 5. DDR-Frau im Alter von 23/21 Jahren bekam ein Kind, ein Jahr davor und danach kaum weniger)

68 von 80

---

---

---

---

---

---

---

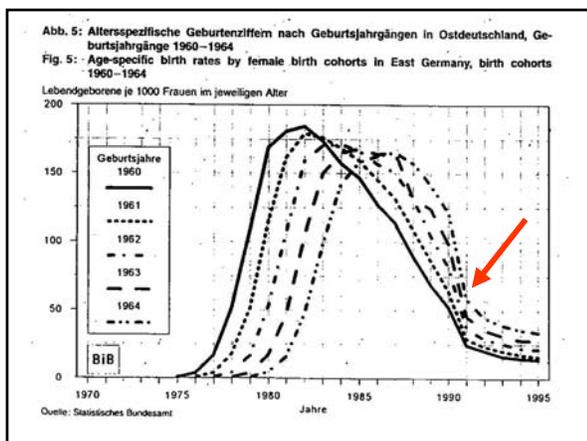
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Altersspezifische Geburtenraten (DDR-Kohorten 1960-64)

- Maxima bei 21-22 Jahren
- Rasches Absinken von 180 auf 160 Kinder pro 1000 Frauen **noch vor der Wende**
- Scharfer Knick in den Verteilungen um 1990/91
- **Seit der Wende drastisch niedrigere** Geburtenraten in allen Altersstufen

70 von 80

---

---

---

---

---

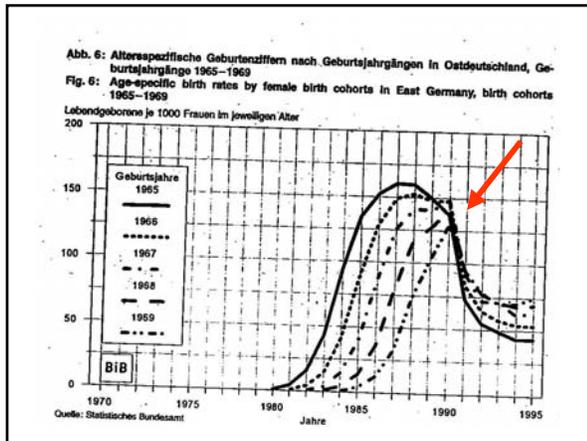
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

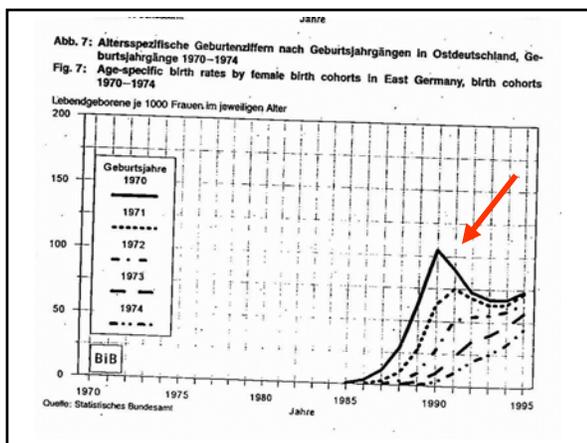
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die Fortpflanzung einer Generation

**Gesucht:** In welchem Maß pflanzt sich eine Müttergeneration in die Töchtergeneration fort?

- Erster Ansatz, Bruttoreproduktionsrate: Summe der altersspezifischen Fruchtbarkeitsraten für Mädchengeburten

$$BRR_K = \sum_{x=15}^{45} \mu_{x,K}^{(w)}$$

73 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die Fortpflanzung einer Generation

- **Vorteil** der BRR: nur Mädchengeburten
- altersbereinigt
- (hier:) Kohortenmaß
- **Nachteil:** Mädchen- und Müttersterblichkeit noch unberücksichtigt

74 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die Fortpflanzung einer Generation

**Nettoreproduktionsrate:** Summe der altersspezifischen Fruchtbarkeitsraten für Mädchengeburten, bereinigt um Ü-wahrscheinlichkeit

$$NRR_K = \sum_{x=15}^{45} l^{(w)}(x) \mu_{x,K}^{(w)}$$

75 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die Fortpflanzung einer Generation

Nettoreproduktionsrate: Maß, mit dem sich eine Müttergeneration durchschnittlich in eine Töchtergeneration fortpflanzt

NRR=1, Bevölkerung bleibt konstant

76 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die Fortpflanzung einer Generation

Wieviele Töchter muss eine Mutter im Durchschnitt haben, damit die Bevölkerung weder wächst noch fällt?

- Wenn es keine Sterblichkeit vor dem 45. LJ gibt:  $BRR=NRR=1$  Tochter pro Mutter
- andernfalls gilt  $BRR > 1$ ,  $NRR = 1$

77 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die Nettoreproduktionsrate

	<b>BRD</b>	<b>DDR</b>	<b>D</b>
<b>1950</b>	<b>0,93</b>	<b>1,13</b>	
<b>1960</b>	<b>1,10</b>	<b>1,07</b>	
<b>1970</b>	<b>0,95</b>	<b>1,04</b>	
<b>1980</b>	<b>0,68</b>	<b>0,93</b>	
<b>1990</b>	<b>0,69</b>	<b>0,73</b>	<b>0,70</b>
<b>1995</b>	<b>0,64</b>	<b>0,40</b>	<b>0,60</b>

78 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---

## Die Nettofortpflanzungsrate

- Seit 20-30 Jahren unter dem Erhaltungsniveau
- DDR 1975-85: Stabilisierung bei 80% des Erhaltungsniveaus
- Ex-DDR seit 1990: Demographische Implosion

79 von 80

---

---

---

---

---

---

---

---